

修士論文

# レーザー干渉計を用いた高感度加速度計の開発

理学系研究科天文学専攻 66116

荒瀬 勇太

2008年1月 (2008年3月 改訂)



# 目次

第 1 章	はじめに	7
第 2 章	重力波	9
2.1	重力波の性質	9
2.1.1	一般相対性理論における時空と Einstein 方程式	9
2.1.2	Einstein 方程式の線形近似	10
2.1.3	単色平面重力波	11
2.1.4	重力波が質点に及ぼす影響	11
2.2	主要な重力波源	13
2.3	レーザー干渉計による重力波の検出	14
2.3.1	Michelson 干渉計	14
2.3.2	世界の現状と将来計画	16
2.4	干渉計型重力波検出器の雑音	17
2.4.1	地面振動雑音	17
2.4.2	熱雑音	18
2.4.3	散乱雑音	19
2.4.4	輻射圧雑音	21
2.5	防振と制御	21
2.5.1	防振の原理	21
2.5.2	多段防振系	22
2.5.3	TAMA 300 における防振装置：Seismic Attenuation System	23
第 3 章	加速度計の特性評価	27
3.1	加速度計開発の経緯と目標性能	27
3.2	サーボ型加速度計の原理	27
3.3	本体の製作	30
3.3.1	折り畳み振り子	31
3.3.2	Michelson 干渉計	33
3.4	特性評価	34
3.4.1	折り畳み振り子の特性	35
3.4.2	Michelson 干渉計の特性	36

3.4.3	サーボフィルター	38
3.4.4	オープンループ伝達関数	39
3.5	雑音源の評価	41
3.5.1	レーザー光の分散雑音	42
3.5.2	レーザー光の強度雑音	42
3.5.3	電気系の雑音	43
3.5.4	Michelson 干渉計の雑音	43
3.6	この章の結論	45
<b>第 4 章</b>	<b>加速度計の雑音評価</b>	<b>47</b>
4.1	加速度計評価の方法	47
4.1.1	評価の流れ	47
4.2	除振台制御	49
4.2.1	除振台の特性	49
4.2.2	除振台制御のサーボ設計	51
4.2.3	除振台制御のオープンループ伝達関数	51
4.3	in loop 評価	53
4.4	out of loop 評価	54
4.5	雑音抽出実験	56
4.5.1	目的と原理	56
4.5.2	差動出力測定	58
4.5.3	雑音抽出実験の考察	58
4.6	この章の結論	60
<b>第 5 章</b>	<b>まとめ</b>	<b>61</b>
<b>付録 A</b>	<b>実験に用いた装置</b>	<b>63</b>
A.1	加振機	63
A.2	除振台	63
A.2.1	除振台の調整	65
A.2.2	伝達関数測定	65
A.3	圧電型加速度計	65
A.4	単振り子加速度計	67
A.4.1	単振り子加速度計の較正	67
<b>付録 B</b>	<b>制御の安定性</b>	<b>69</b>
B.1	一般の系の安定性	69
B.2	制御系の安定性	70
<b>付録 C</b>	<b>振動と減衰</b>	<b>71</b>
C.1	減衰のモデル	71

## 目次

---

C.2	減衰の指標 . . . . .	71
C.3	減衰の測定 . . . . .	73
付録 D	回路図	75
参考文献		81
謝辞		83



# 第 1 章

## はじめに

一般相対性理論における Einstein 方程式を弱い重力場の近似のもとで線形化すると、波動解が得られる。この光速で伝搬する時空の歪みを重力波という。A. Einstein は 1916 年に重力波の存在を理論的に予言していた。その後、J.H.Taylor らによる電波望遠鏡を用いた連星パルサー PSR1913+16 の観測から、重力波の存在を間接的に証明されている [1]。これは、重力波の放出によってその公転周期が減少することが確認されたことによる帰結であり、J.H.Taylor らはこの功績により 1993 年のノーベル物理学賞を授賞している [2]。しかし、重力波と物質の相互作用は非常に弱いため、その直接検出はいまだなされていない。重力波を直接検出することによって、一般相対性理論が検証されだけでなく、電磁波による観測とは質の異なる新たな天文学が開拓されると期待されている。

重力波の検出器の研究は、1960 年代から進められている。まず共振型と呼ばれる検出器が J.Weber により開発され、直接検出に向けた研究が始められた [3]。その後、1970 年代にレーザー干渉計を用いた自由質点型と呼ばれる検出器の研究が始まり、現在では km 級の長基線長干渉計による直接検出の試みが世界各地で盛んに行われている [4, 5, 6, 7]。レーザー干渉計では、レーザー光源からの光をビームスプリッターによって直交する 2 方向に分け、干渉計の両腕に入射する。両腕の終端に配置された鏡に反射されて BS に返ってきた 2 つの光を干渉させ、その干渉強度の変化から重力波の信号を読みとるのが重力波検出の原理である。日本では基線長 300 m のレーザー干渉計型重力波検出器 (TAMA300) が 1998 年に完成し、世界に先駆けて大型干渉計での観測を開始した [8]。更に、将来的には神岡に km 級大型干渉計 (LCGT) の建設が計画されており [9]、その高感度化を目指した技術開発が現在、TAMA300 を始めとした多くの研究室で進められている。

干渉計型重力波検出器の高感度化を妨げる多種多様な雑音源があるが、その中でも地面振動は地上に干渉計を作る限り避けることのできないものである。地面振動には地震などの突発的なもの以外にも、常微動と呼ばれる定常的なものが存在するため、目標感度を達成するためには干渉計の鏡を防振する必要がある。国立天文台の重力波プロジェクト推進室のグループでは高さ 2 m の倒立振り子を利用した低周波防振装置 (Seismic Attenuation System; SAS) [10, 11] を開発し、既に TAMA300 の 4 つの鏡への導入を終え、現在その性能を確認している。SAS は超低周波に共振をもつ多段防振系であり、振り子特性による受動的な防振を主としているが、その安定動作のためには制御による能動防振の技術が欠かせない。LCGT でも同様の防振装置の採用が予定されており、能動防振に必要なセン

サーやアクチュエーターの性能向上が求められている。

そのような将来の干渉計型重力波検出器の懸架装置における能動防振に必要な加速度計を設計し、その性能を確認するのがこの論文のテーマである。

開発する加速度計の種類として、振り子を用いたサーボ型加速度計を採用した。サーボ型加速度計では振り子を慣性系に静止しているとみなし、それを外乱に追従するよう制御することで、フィードバック信号から外乱の加えた力 (= 加速度) を測定する。サーボ型加速度計には大きく「振り子」と「変位計」の 2 つの要素が必要である。振り子には小型でも低い共振周波数 ( $\sim 500$  mHz) をもつ折り畳み振り子を用いた。変位計には **Michelson** 干渉計を用いた。この干渉計の制御では重力波検出器の技術が応用されている。

その後、製作された加速度計の雑音評価を行った。加速度計の雑音評価には慣性系に静止した質量が必要である。実際の問題としてそのような質量を準備することは難しいが、近似的な方法として、台を制御することで低振動環境を作り出す方法がある。製作された加速度計によって制御された除振台の振動を、その他の評価加速度計によって測定し、雑音の上限値を見積もった。

この論文の構成は以下の通りである。まず、第 2 章では、重力波の一般論・発生源・観測手段について述べ、干渉計型重力波検出器における防振について概説する。第 3 章では加速度計の一般論について述べ、実際に製作された加速度計の特性、及びその雑音について述べる。第 4 章では加速度計試作機の感度を評価するための実験を行い、その性能について考察した。最後に第 5 章で全体の結論を述べる。

## 第 2 章

# 重力波

この章の構成は以下のものである。

- 2.1 節では、一般相対性理論から予言される重力波とその性質について述べている。
- 2.2 節では、重力波の源について述べている。
- 2.3 節、2.4 節では、レーザー干渉計による重力波の検出とその雑音について述べている。
- 2.5 節では、レーザー干渉計における防振装置について述べている。

### 2.1 重力波の性質

重力波は一般相対性理論における Einstein 方程式の線形近似解としてその存在が予言された。物理的描像では重力波は「伝搬する時空の揺らぎ」として捉えられる。この節では、一般相対性理論における時空の記述方法から始め、Einstein 方程式の波動解としての重力波が持つ性質について概説する [12]。

#### 2.1.1 一般相対性理論における時空と Einstein 方程式

一般相対性理論では、その物理法則が 4 次元時空を表すリーマン多様体 (Riemannian manifold) の上に構築されている。多様体とは、局面の概念を一般化したものであり、重力の効果はその空間内での湾曲として現れ、リーマン幾何学によって表現される。リーマン幾何学において、4 次元中の異なる 2 点、 $x^\mu$  と  $x^\mu + dx^\mu$  の間の線素  $ds$  は、計量テンソル (metric tensor)  $g_{\mu\nu}$  を用いて、

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (2.1.1)$$

と表すことができる。

時空間の任意の点  $P$  において、座標系として局所ローレンツ系を採用することで点  $P$  における計量テンソルは

$$g_{\mu\nu} \equiv \eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{pmatrix} \quad (2.1.2)$$

となる。これは一般相対性理論の指導原理のひとつである等価原理から導かれ、点  $P$  におけるこの座

標系の物理法則は特殊相対性理論における物理法則と等価となることが示される。

一方、重力の効果はリーマンの曲率テンソル (Curvature tensor)

$$R^{\epsilon}_{\sigma\mu\nu} = \partial_{\mu}\Gamma^{\epsilon}_{\sigma\nu} - \partial_{\nu}\Gamma^{\epsilon}_{\sigma\mu} + \Gamma^{\delta}_{\sigma\nu}\Gamma^{\epsilon}_{\delta\mu} - \Gamma^{\delta}_{\sigma\mu}\Gamma^{\epsilon}_{\delta\nu} \quad (2.1.3)$$

によって記述される。ここで  $\Gamma$  は接続係数と呼ばれ、今考えているリーマン空間では計量テンソルと次のような関係式で結ばれる。

$$\Gamma^{\epsilon}_{\mu\nu} = \frac{g^{\epsilon\sigma}}{2}(g_{\sigma\nu,\mu} + g_{\sigma\mu,\nu} - g_{\mu\nu,\sigma}) \quad (2.1.4)$$

重力の効果を表す曲率テンソルは、その縮約であるリッチテンソル  $R_{\mu\nu} = R^{\sigma}_{\mu\sigma\nu}$  および、さらにもう一度縮約を施したスカラー曲率  $R = g^{\mu\nu}$  を介して、Einstein 方程式

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (2.1.5)$$

により物質と結びつけられている。ここで、 $c$  は光速、 $G$  は重力定数、 $T_{\mu\nu}$  はエネルギー運動量テンソルである。また、左辺の  $G_{\mu\nu}$  はアインシュタインテンソルと呼ばれる。

一般相対性理論において、物質と重力との相互作用は Einstein 方程式によって、リーマン多様体における幾何学として記述される。

### 2.1.2 Einstein 方程式の線形近似

重力が弱い場合には、計量テンソルに線形近似を施すことにより、平坦な時空を表すミンコフスキー空間からのずれを用いて議論することができる。今計量テンソルを

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (|h_{\mu\nu}| \ll 1) \quad (2.1.6)$$

と仮定する。すると、 $h_{\mu\nu}$  の一次の範囲で、接続係数、リッチテンソル、スカラーテンソルは

$$\Gamma^{\mu}_{\nu\lambda} = \frac{g^{\mu\epsilon}}{2}(g_{\epsilon\lambda,\nu} + g_{\epsilon\nu,\lambda} + g_{\nu\lambda,\epsilon}) = \frac{\eta^{\mu\epsilon}}{2}(h_{\epsilon\lambda,\nu} + h_{\epsilon\nu,\lambda} + h_{\nu\lambda,\epsilon}) \quad (2.1.7)$$

$$R^{\mu}_{\nu\delta\lambda} = \partial_{\delta}\Gamma^{\mu}_{\nu\lambda} - \partial_{\lambda}\Gamma^{\mu}_{\nu\delta} + \Gamma^{\beta}_{\nu\lambda}\Gamma^{\mu}_{\beta\delta} - \Gamma^{\beta}_{\nu\delta}\Gamma^{\mu}_{\beta\lambda} = \frac{\eta^{\mu\epsilon}}{2}(h_{\epsilon\lambda,\nu\delta} - h_{\nu\lambda,\epsilon\delta} - h_{\epsilon\delta,\nu\lambda} + h_{\nu\delta,\epsilon\lambda}) \quad (2.1.8)$$

$$R_{\nu\lambda} = R^{\mu}_{\nu\mu\lambda} = \frac{\eta^{\mu\epsilon}}{2}(h_{\epsilon\lambda,\nu\mu} - h_{\nu\lambda,\epsilon\mu} - h_{\epsilon\mu,\nu\lambda} + h_{\nu\mu,\epsilon\lambda}) \quad (2.1.9)$$

$$R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu} = \frac{\eta^{\nu\lambda}\eta^{\mu\epsilon}}{2}(h_{\epsilon\lambda,\nu\mu} - h_{\nu\lambda,\epsilon\mu} - h_{\epsilon\mu,\nu\lambda} + h_{\nu\mu,\epsilon\lambda}) \quad (2.1.10)$$

と表すことができる。従って、アインシュタインテンソル  $G_{\mu\nu}$  は

$$G_{\nu\lambda} = \frac{1}{2}\{h^{\delta}_{\lambda,\nu\delta} + h^{\delta}_{\nu,\lambda\delta} - \square h_{\nu\lambda} - h_{,\nu\lambda} - \eta_{\nu\lambda}(h^{\delta\sigma}_{,\delta\sigma} - \square h)\} \quad (2.1.11)$$

となる。ここで

$$h = \eta^{\mu\nu}h_{\mu\nu} \quad (2.1.12)$$

$$\square = \eta^{\mu\nu}\partial_{\mu}\partial_{\nu} \quad (2.1.13)$$

である。さらに、

$$\tilde{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{\eta_{\mu\nu}}{2}h \quad (2.1.14)$$

を定義し、ゲージ条件として調和条件

$$\tilde{h}^{\mu}_{\nu,\mu} = 0 \quad (2.1.15)$$

を課すと、式 (2.1.11) は、

$$G_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\square\tilde{h}_{\mu\nu} \quad (2.1.16)$$

のように簡単に表すことができる。これを式 (2.1.5) に代入することで、アインシュタイン方程式は

$$\square\tilde{h}_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (2.1.17)$$

と表される。これが線形近似された Einstein 方程式である。

### 2.1.3 単色平面重力波

真空中ではエネルギー運動量テンソルは  $T_{\mu\nu} = 0$  である。すると式 (2.1.17) は真空中では

$$\square\tilde{h}_{\mu\nu} = 0 \quad (2.1.18)$$

となる。この方程式の最も簡単な解のひとつとして、単色平面波解が挙げられる。今、 $\alpha_{\mu\nu}$  を定数として、

$$\tilde{h}_{\mu\nu} = \alpha_{\mu\nu} \exp(ik_{\lambda}x^{\lambda}) \quad (2.1.19)$$

とおく。この式が、線形近似された真空中での Einstein 方程式 (2.1.18) と、調和条件 (2.1.15) を満たすためには、

$$\eta^{\lambda\epsilon}k_{\lambda}k_{\epsilon} = 0 \quad (2.1.20)$$

$$\eta^{\lambda\nu}k_{\nu}\alpha_{\mu\lambda} = 0 \quad (2.1.21)$$

でなければならない。この時、適当な座標 (ゲージ) を選択すると、例えば  $z$  方向に伝搬する波について

$$h_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{+} & h_{\times} & 0 \\ 0 & h_{\times} & -h_{+} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \exp\{i(-\omega t + kz)\} \quad (2.1.22)$$

と書ける。この  $h_{+}$ 、 $h_{\times}$  は  $(t - z)$  の任意関数であり、互いに独立である。これらは伝搬方向に対して垂直な成分であることから、この波動解は横波であり、2つの独立のな自由度を持っていることが分かる。

この線形近似された Einstein 方程式の波動解は時空の摂動の伝搬を表し、重力波と呼ばれている。また、このような解を与えるゲージをトランスバース・トレースレスゲージ (Transverse-Traceless gauge; TT ゲージ) と呼ぶ。

### 2.1.4 重力波が質点に及ぼす影響

重力以外の力が及ぼされていない質点 (自由質点) の運動は測地線方程式

$$\frac{d^2x^{\mu}}{d\tau^2} + \Gamma^{\mu}_{\epsilon\nu} \frac{dx^{\epsilon}}{d\tau} \frac{dx^{\nu}}{d\tau} = 0 \quad (2.1.23)$$

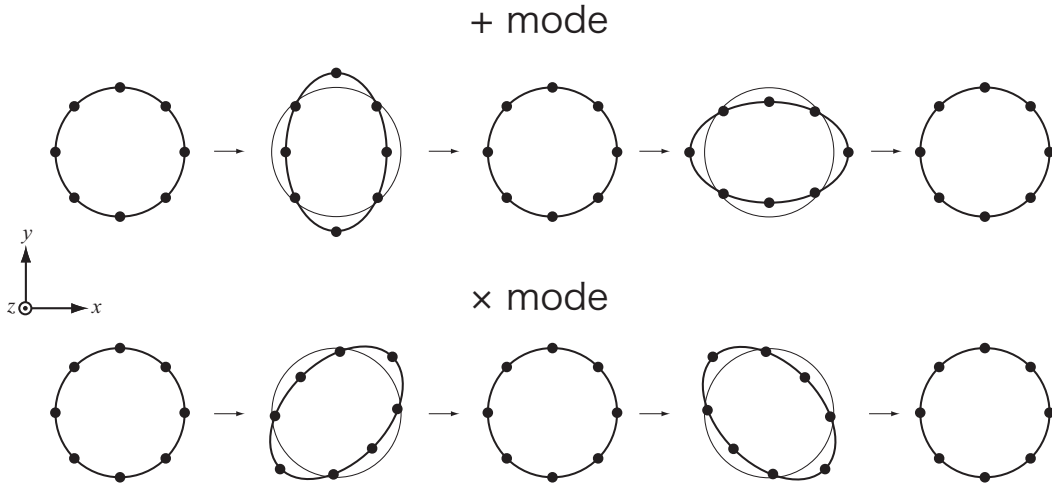


図 2.1 重力波による自由質点間の固有距離の変化

によって記述される。

今、重力波が入射した際の質点の運動を考える。質点が初速度を持たないとき、つまり  $t = 0$  において  $\frac{dx^i}{d\tau} = 0$ , ( $i = 1, 2, 3$ ) のとき、この質点の加速度  $\frac{d^2x^0}{d\tau^2}$  は式 (2.1.23) から、

$$\begin{aligned} \frac{d^2x^0}{d\tau^2} &= -\Gamma_{00}^0 \\ &= -\frac{\eta^{0\beta}}{2}(h_{\beta 0,0} + h_{\beta 0,0} - h_{00,\beta}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

となり、初期条件で静止していた質点は静止し続けることになる。これは重力波の影響はひとつの質点の運動を観測しても見えないということを意味する。

そこで次に、重力波の影響を見るために近接した 2 つの自由質点の固有距離の変動について考える。始め 2 つの質点は静止していたとし、一方を原点に、もう一方を  $x = dx, y = z = 0$  となるように座標をとる。重力波が伝播してきたとき、2 つの自由質点の間の固有距離  $\delta l$  は、

$$\begin{aligned} \delta l &= \int |ds^2|^{\frac{1}{2}} \\ &= \int |g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu|^{\frac{1}{2}} \\ &= \int_0^\epsilon |g_{xx}|^{\frac{1}{2}} dx \\ &= \int_0^\epsilon |\eta_{xx} + h_{xx}|^{\frac{1}{2}} dx \\ &\sim \epsilon \cdot |1 + h_{xx(x=0)}|^{\frac{1}{2}} \\ &\sim \epsilon \cdot \left[ 1 + \frac{1}{2}h_{xx(x=0)} \right] \end{aligned} \tag{2.1.24}$$

となり、重力波によって 2 質点間の固有距離が変化することがわかる。

さらに詳しく、重力波が入射した際の質点の運動をみていくことにする。今、ひとつの静止質点を原点として、 $x - y$  平面内の原点近傍の半径  $\epsilon$  の円周上に自由質点群がある場合を考える。これらの

質点群に  $z$  軸方向に進行する平面単色な重力波が入射したとき、円の中心に置かれた質点と円周上の質点の固有距離の変化を見ていく。まずその成分が  $h_+ \neq 0$ 、 $h_\times = 0$  の重力波が入射した場合、円の中心にある質点と  $(\epsilon \cos \theta, \epsilon \sin \theta, 0)$  にある質点の間の固有距離  $\delta l$  は、式 (2.1.24) と同様にして、

$$\delta l \sim \left( 1 + \frac{1}{2} h_+ \exp \{ i(\omega t - kz) \} \cos 2\theta \right) \epsilon \quad (2.1.25)$$

また、 $h_+ = 0$ 、 $h_\times \neq 0$  の重力波の場合は、同様に

$$\delta l \sim \left( 1 + \frac{1}{2} h_\times \exp \{ i(\omega t - kz) \} \sin 2\theta \right) \epsilon \quad (2.1.26)$$

である。これらの固有距離の時間変化を図示すると、図 2.1 のようになる。質点に与える影響が 2 つの場合で 45 度回転した形となっていることが分かる。 $h_+$ 、 $h_\times$  は重力波の偏光の基本モードであり、その固有振動の形から  $h_+$  を重力波の +(plus) モードと呼び、 $h_\times$  を ×(cross) モードと呼ぶ。

## 2.2 主要な重力波源

前節で、理論から予言される重力波の性質についてみた。そのような重力波が我々の生きるこの宇宙の中でどのように放射されるのであろうか。

重力波の源は式 (2.1.17) の左辺によって与えられる。この重力波の放射のエネルギーは、物質の運動速度が遅く重力場のポテンシャルが  $c^2$  に比べて十分小さい場合には四重極公式

$$-\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{G}{45c^5} \ddot{D}_{ij}^2 \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.2.1)$$

によって与えられる。ここで  $D$  は四重極モーメントであり、静止質量を含めたエネルギー密度  $\rho$  から

$$D_{ij} = \int \rho (x^i x^j - \frac{1}{3} \delta_{ij} r^2) d^3x \quad (2.2.2)$$

によって与えられる。すると、距離  $r$  だけ離れたところでの重力波の振幅  $h_{ij}$  は

$$h_{ij} = -\frac{2G}{c^4} \frac{1}{r} \ddot{D}_{ij} \quad (2.2.3)$$

と表され、例えば、質量  $M$ 、速度  $v$  の源からの重力波は

$$\begin{aligned} h &\sim \frac{G}{c^4} \frac{Mv^2}{r} \\ &= 10^{-18} \left( \frac{M}{M_\odot} \right) \left( \frac{r}{10\text{kpc}} \right)^{-1} \left( \frac{v}{c} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

となる。

このような重力波の源の候補として大質量の運動、つまり天体現象などが考えられる。

大質量の天体現象とは例えば、超新星爆発や連星中性子星合体、ブラックホール連星合体などである [13]。重力波は球対称な系からは放出されないが、超新星爆発の際に回転や非対称性が存在するとエネルギーの一部が重力波として放出される。中性子連星は互いの回りを公転しながら重力波を放出し、その軌道半径と回転周期を減少させてゆき、やがて衝突・合体する。このときに強い重力波を放

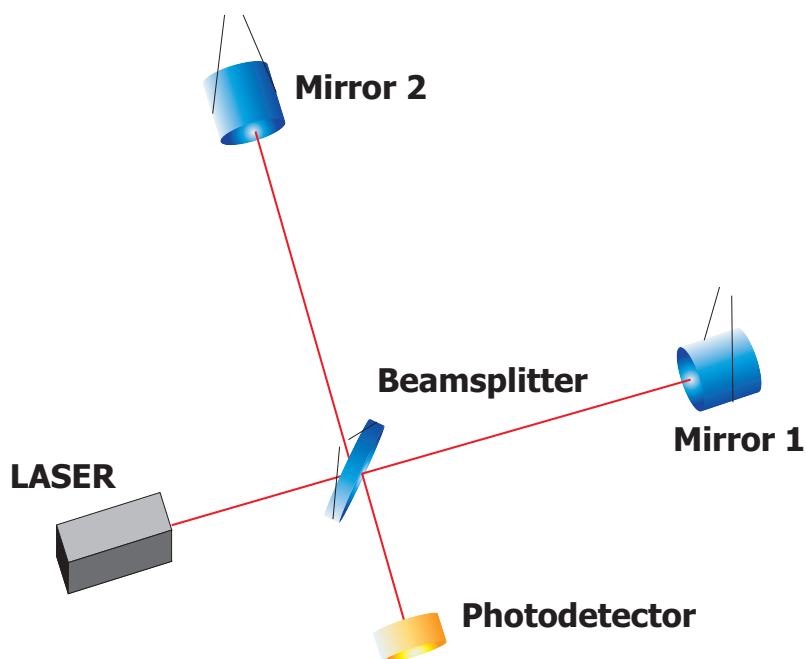


図 2.2 Michelson 干渉計の概念図

出すると考えられている。ブラックホール連星合体を含め、それらの重力波の波形について計算機を用いたシミュレーションによる研究や、一般相対性理論のポスト・ニュートニアン近似による解析計算などが盛んに行われており、現在では、その理論的な波形が得られている。

また、重力波は素粒子物理学の側面からみると重力相互作用を媒介する重力子の伝搬としても解釈でき、その物質との相互作用は電磁相互作用のそれに比べ、大変小さい。このことから、宇宙の歴史の中で光子と物質との結合が切れる宇宙の晴れ上がり以前の情報を重力波は運んでいる可能性がある。これらの情報は宇宙の全方向から等方的にやってきていると考えられており、宇宙背景重力波と呼ばれる [14]。その源には諸説あるが宇宙のインフレーション期における場の揺らぎや、宇宙の真空場の相転移によるものなどが予想されている。

## 2.3 レーザー干渉計による重力波の検出

重力波が入射すると自由質点間の固有距離が変化する。レーザー干渉計による重力波検出器はその固有距離の変化を検出する。この節では、その原理と実際に重力波を検出するための工夫について述べ、レーザー干渉計型検出器について概説する。

### 2.3.1 Michelson 干渉計

図 2.2 は最も基本的な Michelson 干渉計の構成を示したものである。レーザーから出た光は、まずビームスプリッター (beamsplitter; BS) で 2 つに分けられる。その後、直交する 2 本の光路をそれぞれ進み、終端にある自由質点となるように吊られた反射鏡により反射され、BS に戻ってくる。ここで反射鏡の角度を適切に調整すると 2 つの光は干渉する。このとき 2 つの光に位相差が存在すると干渉光の強度が変化する。この変化を光検出器によって受けることで、自由質点間の固有距離変動を

検出する。

重力波が入射したときの Michelson 干渉計の 2 つの腕にどのような位相差が現れるかについて考える。今、 $z$  軸方向に進行する  $h_+$  モードの重力波が入射したとする。このとき、計量  $ds^2$  は

$$ds^2 = -c^2 dt + (1 + h_+) dx^2 + (1 - h_+) dy^2 + dz \quad (2.3.1)$$

と書ける。干渉計に張り付いた座標系で見ると、TT ゲージを採択すれば、自由質点である反射鏡の座標値は入射前と変わらず  $(l, 0, 0)$  のままである。まず、時刻  $t_0$  に BS で位相  $\phi_0$  だった光が  $x$  軸方向に伸びた腕に入射した場合を考える。反射鏡に当たって BS に戻ってきた時のこの光の位相  $\phi_1(t)$  は

$$\phi_1(t) = \phi_0 + \Omega(t - t_0) \quad (2.3.2)$$

と、 $\Omega(t - t_0)$  だけ位相が回る。ここで  $\Omega$  は光の周波数である。光の伝搬は  $ds^2 = 0$  で表せるため、この  $x$  軸を進行する光についてその光路で積分すると、 $dy = dz = 0$  より、

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t \frac{dt'}{\sqrt{1 + h_+(t')}} &= \frac{1}{c} \left( \int_0^l dx + \int_l^0 (-dx) \right) \\ &= \frac{2l_1}{c} \end{aligned} \quad (2.3.3)$$

この左辺について、 $h_+$  の一次まで近似すると、

$$(\text{左辺}) = \int_{t_0}^t \frac{dt'}{\sqrt{1 + h_+(t')}} \approx \int_{t_0}^t \left(1 - \frac{1}{2} h_+(t')\right) dt' = \int_{t_0}^t dt' - \frac{1}{2} \int_{t_0}^t h_+(t') dt' \quad (2.3.4)$$

さらに、重力波が入射していない場合 ( $h = 0$ )、光が干渉計の腕を一往復する時間は  $\frac{2l_1}{c}$  であることから、この第 2 項の積分の下弦は  $t - \frac{2l_1}{c}$  と近似してもよく、結果、式 (2.3.3) は

$$t - t_0 = \frac{1}{2} \int_{t - \frac{2l_1}{c}}^t h_+(t') dt' + \frac{2l_1}{c} \quad (2.3.5)$$

これを式 ( ) に代入して、 $x$  軸を往復して戻ってきた光の位相は

$$\phi_1(t) = \phi_0 + \Omega \left( \frac{1}{2} \int_{t - \frac{2l_1}{c}}^t h_+(t') dt' + \frac{2l_1}{c} \right) \quad (2.3.6)$$

と表される。次に、 $y$  軸方向の腕を往復する光の位相  $\phi_2$  も同様な計算から

$$\phi_2(t) = \phi_0 + \Omega \left( -\frac{1}{2} \int_{t - \frac{2l_2}{c}}^t h_+(t') dt' + \frac{2l_2}{c} \right) \quad (2.3.7)$$

と表されるので、2 つの光の位相差は、

$$\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 = \frac{2\Omega(l_1 - l_2)}{c} + 2\Delta\phi_{\text{GR}}(t) \quad (2.3.8)$$

$$\Delta\phi_{\text{GR}} = \frac{\Omega}{2} \int_{t - \frac{2l}{c}}^t h_+(t') dt' \quad (l_1 \sim l_2 \equiv l) \quad (2.3.9)$$

という式が得られる。重力波が Michelson 干渉計に入射した際に現れるこの位相差を検出することがレーザー干渉計による重力波の直接検出の目的である。

### 2.3.2 世界の現状と将来計画

現在、世界各地で重力波の直接検出を目指し、レーザー干渉計重力波検出器が動作、計画されている。

#### 地上レーザー干渉計型重力波検出器

アメリカでは LIGO プロジェクト [4] がカリフォルニア工科大学とマサチューセッツ工科大学を始めとしたグループによって行われている。Hanford と Livingston に基線長 4 km の 2 台のレーザー干渉計が 1999 年に完成し、2007 年までに 5 回の観測が行われた。設計感度を達成した状態で行われた、2006 年から 2007 年にかけての測定データは現在解析中である。

欧州ではフランスの CERN (国立中央科学研究所) とイタリアの INFN (国立原子核物理研究所) との共同による EGO (欧州重力天文台) の中核をなす計画として VIRGO プロジェクトが進められている [5]。基線長 3 km のレーザー干渉計が 2003 年に完成し、現在までに LIGO プロジェクトと共に Coincidence 観測も実施された。VIRGO プロジェクトの特徴として、高さ 10 m の巨大な多段防振系が挙げられる。このため 10 Hz から 6000 Hz の比較的広い帯域で重力波観測を行うことが可能である。

また、イギリスのグラスゴー大学重力物理研究所、ドイツのマックス・プランク研究所、ハノーヴァー大学原子分子研究所との共同により GEO600 プロジェクトが行われている [6]。Hannover に Dual recycling [15] などの先進的な技術が用いられた基線長 600 m の干渉計が完成し、2002 年から観測が開始されている。

オーストラリアでは西オーストラリア大学、オーストラリア国立大学などにより基線長 5 km のレーザー干渉計 AIGO [16] の建設が計画されており、それに向けての防振装置や光学系の技術開発が進められている。

日本では、まず国立天文台三鷹キャンパス内において基線長 300m のレーザー干渉計による TAMA300 計画が進められている。TAMA300 は 1998 年に完成し、世界に先駆けて世界最高感度での大型干渉計観測を開始した [8]。これまでに 1000 時間以上の観測を行い、現在、新しい光学系設計や防振系の導入など、更なる改良が進められている。

また岐阜県神岡鉱山の地下において低温に冷やした鏡を使った基線長 100 m のレーザー干渉計 CLIO [17] が行なわれている。これは世界で初めての冷却鏡による大型干渉計であり、現在その冷却状態での観測にむけた準備が進められている。CLIO の建設された神岡地方は地面振動が関東のそれにくらべ 2 桁ほど小さく、地面振動雑音の観点からもその他の干渉計に対して優位である。

この 2 つの干渉計で培われた技術を応用し、将来的に岐阜県神岡鉱山の地下に基線長 3 km のレーザー干渉計 LCGT の建設が計画されている。LCGT ではひとつの真空管の中に 2 つの干渉計を設置し、2 台の相関を取ることで偽イベントを除去し S/N を向上させる。また 150 W の高出力レーザー光源や、補助干渉計など、新しい技術が導入され、世界の重力波干渉計ネットワークにおいて重要な役割を果たすことが期待されている。

### 宇宙空間重力波検出器

有力な重力波の源となりうるブラックホールなどの大質量の天体現象は、その質量が大きければ大きい程その運動の典型的な速度が遅くなるために、低周波における重力波観測は大変重要である。一方、地上で重力波を検出する限り、低周波における地面振動の影響から逃れることはできない

世界では mHz、deci Hz の重力波を観測するために宇宙空間における重力波検出器の建設の計画が進められている。

欧米が協力して進めている LISA(Laser Interferometer Space Antenna) プロジェクト [18] は、地球と同様な太陽周回軌道に 500 万 km 離して配置した 3 台の人工飛翔体 (スペースクラフト, S/C) によって長基線長の干渉計を構成する計画である。LISA は 1 mHz 付近に感度を持ち、大質量ブラックホールに関係した現象や、銀河系内連星からの重力波を観測することが期待されている。

日本では宇宙空間重力波望遠鏡 DECIGO(DECi-hertz Interferometer Gravitational Wave Observatory) を打ち上げることが計画されている [19]。互いに 1000 km 離れた 3 台の S/C 間の距離を干渉計によって精密に測定することで重力波を観測する。DECIGO は 0.1 Hz から 1 Hz の周波数帯に感度を持ち、初期宇宙起源の宇宙背景重力波などを観測することが期待されている。

## 2.4 干渉計型重力波検出器の雑音

重力波による微弱な計量の揺らぎを捕らえるレーザー干渉計は、多種多様な雑音からの影響を受ける。実際に重力波を検出するためには、これらの雑音を取り除かなければならない。この節では地上レーザー干渉計における雑音について概説する。

### 2.4.1 地面振動雑音

地上での重力波検出において、地面振動の影響を避ける事はできない。地面振動には大きく分類して

1. 突発的な振動 (地震): 地殻変動などに起因し、人間が感知できない震度 0 なども含めると一日に 2,3 回の頻度で発生している。
2. 定常的な振動 (常時微動): 風雨波浪などの自然現象に起因するものと、交通や生活音など人工的なものに起因するものがある。

の 2 つの種類がある。地震等によって干渉計の動作が一時的に中断せざるを得ない場合を除き、重力波干渉計の感度において問題となるのは常時微動である。これは場所によってそのレベルに違いはあるものの、典型的には

$$X_{\text{seis}} \sim \frac{\alpha}{f^2} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (2.4.1)$$

というスペクトルを持つ事が知られている。 $\alpha$  は場所や時間帯によって異なる係数で、例えば本郷にある東京大学構内の場合  $10^{-7}$ 、神岡鉱山など地面振動の静かな地方では  $10^{-9}$  が典型的な値だということが知られている [20, 21]。

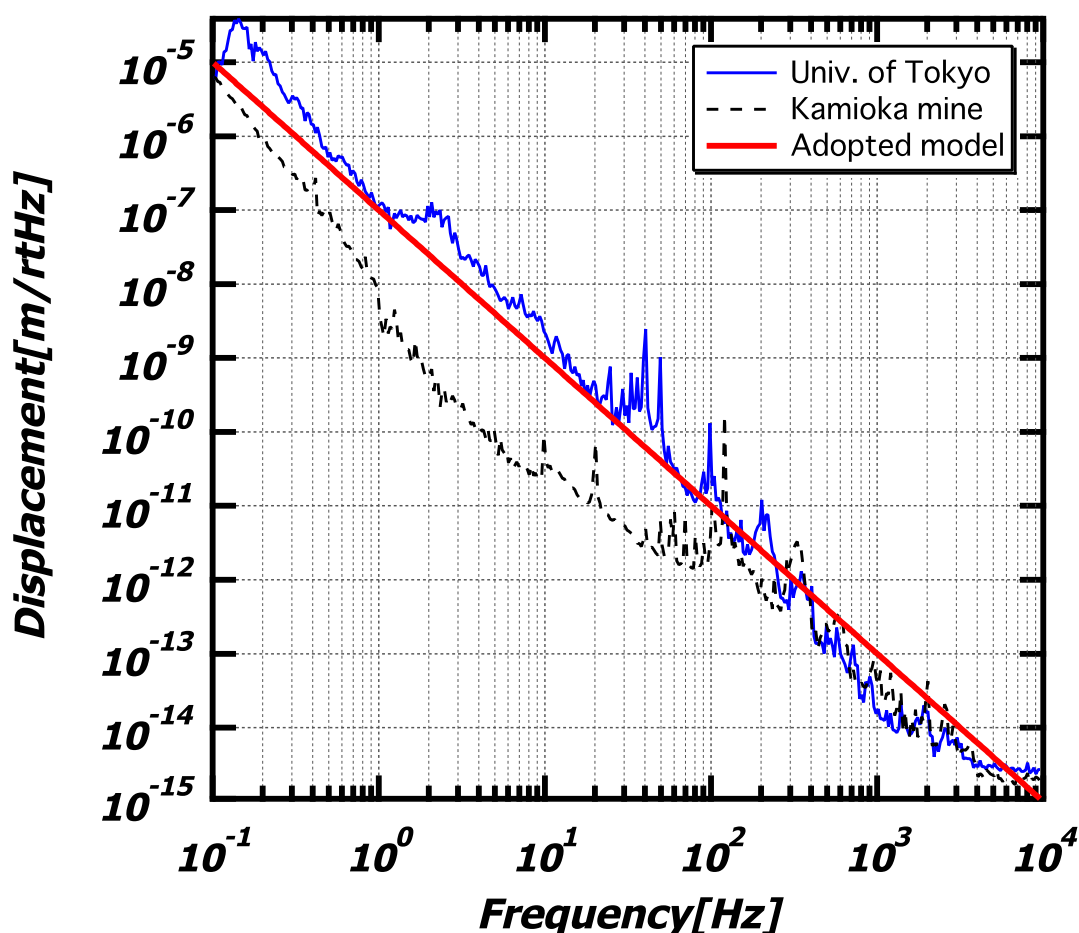


図 2.3 地面振動変位スペクトル：神岡鉱山の地面振動は東京大学本郷キャンパス構内のそれと比べて 2 桁ほど小さい。太い直線は  $\alpha = 10^{-7}$  としたときのモデル。(データは <http://t-munu.phys.s.u-tokyo.ac.jp/>より取得した)

干渉計の鏡が地面振動による外乱により振動してしまうと、重力波による微弱な信号はかき消されてしまう。振幅  $h$  の重力波が基線長  $l$  干渉計の両腕の固有距離に変化を与えたとき、それは鏡の変位

$$\delta x = hl \quad (2.4.2)$$

として現れる。地面振動による鏡の変位  $\delta x_{\text{seis}}$  がそれよりも大きくなると、その検出は不可能になる。このため重力波検出器の鏡は懸架装置に吊られ、防振が施されている。その懸架装置については節 2.5 で詳しく述べる。

### 2.4.2 熱雑音

検出器は有限温度の熱浴に接しているため、様々な部分で熱振動が起こる。この熱振動が干渉計の鏡を揺らす外乱として働き、雑音となる。ここでは単純な調和振動子の熱雑音の場合について考える。

熱雑音は揺動散逸定理によって、系の損失と関連づけることができ、その系の損失の性質によって熱振動の記述は異なる。系の損失が速度に比例して減衰力によって行われているモデル (Viscos

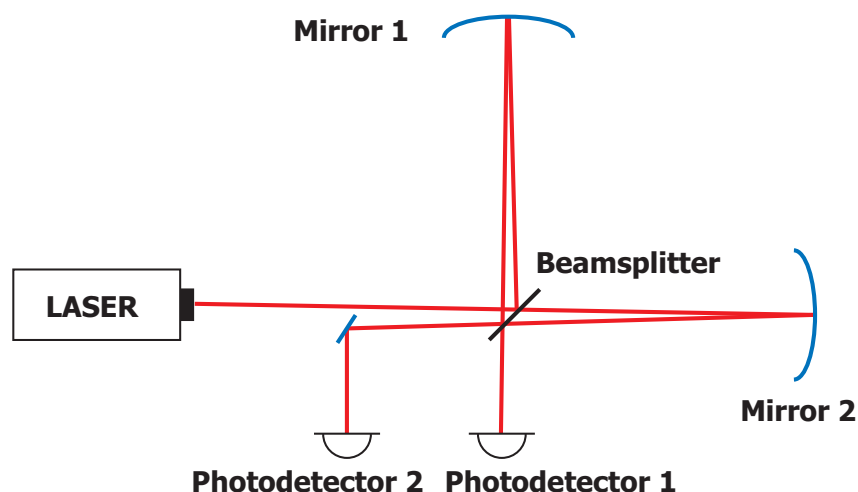


図 2.4 Michelson 干渉計の概念図

damping model と呼ばれる) では、系の温度を  $T$ 、ボルツマン定数を  $k_b$ 、注目するモードの共振角周波数を  $\omega_0$ 、換算質量を  $m$  として、熱雑音の片側パワースペクトル密度は

$$\langle x^2(\omega) \rangle \approx \frac{4k_b T}{m} \frac{1}{\omega_0^3 Q} \quad (\omega \ll \omega_0) \quad (2.4.3)$$

$$\langle x^2(\omega) \rangle \approx \frac{4k_b T}{m} \frac{\omega_0}{\omega^4 Q} \quad (\omega \gg \omega_0) \quad (2.4.4)$$

と記述される。ここで  $Q$  は  $Q$  値と呼ばれる共振の鋭さを表す量である (参照: 2.5.1 節)。

一方、系の損失が周波数に依存せず、ほぼ一定であるモデル (Structure damping model と呼ばれる) も存在し、このモデルではその熱雑音の片側パワースペクトル密度は

$$\langle x^2(\omega) \rangle \approx \frac{4k_b T \phi}{m} \frac{1}{\omega_0^2 \omega} \quad (\omega \ll \omega_0) \quad (2.4.5)$$

$$\langle x^2(\omega) \rangle \approx \frac{4k_b T \phi}{m} \frac{\omega_0^2}{\omega^4} \quad (\omega \gg \omega_0) \quad (2.4.6)$$

と記述される。

### 2.4.3 散乱雑音

レーザー光は光子の集まりであるから、強度が一定であっても、単位時間、単位面積を通過する光子の個数は量子的な揺らぎを持つ。干渉計における散乱雑音はこの量子的な揺らぎに起因した雑音である。光検出器に強度一定の光が入射して光電流  $I$  [A] が流れている場合、散乱雑音のスペクトルは一般に

$$\tilde{I} = \sqrt{2eI} \quad [\text{A}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (e; \text{素電荷}) \quad (2.4.7)$$

と表される。

後述する加速度計では Michelson 干渉計をその変位計として採用しているため、その散乱雑音の影響についてここで考察する。

図 2.4 は光検出器を 2 つ用いた Michelson 干渉計の概念図である。光検出器 PD1、及び PD2 で受ける電場  $E_1, E_2$  が

$$E_1 = \frac{E_0}{2} e^{-i\phi_1} - \frac{E_0}{2} e^{-i\phi_2} \quad (2.4.8)$$

$$E_2 = \frac{E_0}{2} e^{-i\phi_1} + \frac{E_0}{2} e^{-i\phi_2} \quad (2.4.9)$$

と表される。ここで  $E_0$  は入射光の電場である。また  $\phi_1, \phi_2$  は PD1、PD2 における光の位相である。その位相差を幾何学からきまる位相差  $\Phi_0$  と、重力波の影響によって生じる位相差  $\Delta\phi_{GR}$  を用いて、

$$\phi_1 - \phi_2 = \Phi_0 + \Delta\phi_{GR} \quad (2.4.10)$$

と表すと、PD1 に現れる光電流は、

$$I_1 = \alpha |E_1|^2 \quad (2.4.11)$$

$$= \alpha E_1 E_1^* \quad (2.4.12)$$

$$= \alpha \left( \frac{E_0}{2} e^{-i\phi_1} - \frac{E_0}{2} e^{-i\phi_2} \right) \left( \frac{E_0}{2} e^{i\phi_1} - \frac{E_0}{2} e^{i\phi_2} \right) \quad (2.4.13)$$

$$= \alpha \frac{E_0}{4} \left( 2 - e^{-i(\phi_1 - \phi_2)} - e^{i(\phi_1 - \phi_2)} \right) \quad (2.4.14)$$

$$= \alpha \frac{E_0}{2} (1 - \cos(\phi_1 - \phi_2)) \quad (2.4.15)$$

$$= \frac{I_0}{2} (1 - \cos(\Phi_0 + \Delta\phi_{GR})) \quad (2.4.16)$$

$$= \frac{I_0}{2} (1 - \cos(\Phi_0) \cos(\Delta\phi_{GR}) + \sin(\Phi_0) \sin(\Delta\phi_{GR})) \quad (2.4.17)$$

PD2 についても同様に、

$$I_2 = \frac{I_0}{2} (1 + \cos(\Phi_0) \cos(\Delta\phi_{GR}) - \sin(\Phi_0) \sin(\Delta\phi_{GR})) \quad (2.4.18)$$

ここで  $\alpha$  は電場のエネルギーが光電流に変換する際の比例定数である。この光電流を重力波の信号に注目して、 $I_i = I_i^{dc} + I_i^{sig} \Delta\phi_{GR} + o(\Delta\phi_{GR})$ , ( $i = 1, 2$ ) と展開できたとする。この時、2 つの光検出器の出力の差を差動出力として測定すると、雑音成分は相関がないため強度の和となるが、信号成分は 2 つの光検出器で互いに逆の符号として現れるために 2 倍の大きさとなる。すると散射雑音は

$$\tilde{I}_{dif}^{dc} = \sqrt{2e(I_1^{dc} + I_2^{dc})} \quad (2.4.19)$$

と表され、これと等価な位相雑音  $\Delta\tilde{\phi}_{GR} [\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}]$  にして、

$$\Delta\tilde{\phi}_{GR} = \frac{1}{\sin \Phi_0} \sqrt{\frac{2e}{I_0}} \quad (2.4.20)$$

と表される。この式をみると、その位相雑音は光電流の平方根に反比例して小さくなることがわかる。このことから、重力波干渉計にはより強い強度の光源が求められる。

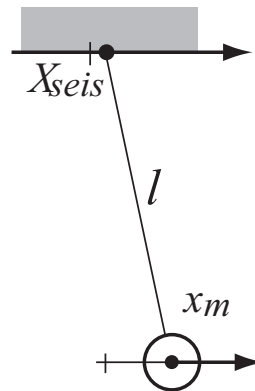


図 2.5 振り子による防振の原理

#### 2.4.4 輻射圧雑音

光が鏡で反射される場合、その光の運動量の変化分を鏡が受け取る。この効果による光の圧力を輻射圧と呼ぶが、入射してくる光子の数が量子的に揺らぐためにこの輻射圧が変動し、鏡を揺らす外乱となる。この外乱による雑音は光のパワーに比例する。前述した散射雑音は光のパワーに反比例するため、この 2 つの雑音の兼ね合いで最適な光のパワーが決定される。

## 2.5 防振と制御

干渉計の光学素子は、その懸架装置によって振り子のように吊られている。懸架装置の目的には

- 各鏡を自由質点に保つ
- 地面振動からの防振

の大きく 2 つの役割がある。干渉計型重力波検出器は自由質点間の固有距離の変動を検出するために、鏡は水平方向の束縛力から解放されていなければならない。また、前節で述べたように、地面振動による外乱は地上における重力波検出の実際的な感度を制限するものであり、防振によって、検出器の感度を高めることが期待される。

### 2.5.1 防振の原理

振り子による防振の原理を図 2.5 に示す。この系の伝達関数  $H_{\text{vis}}$  は、

$$x_m(\omega) = H_{\text{vis}}(\omega) X_{\text{seis}}(\omega) \quad (2.5.1)$$

$$H_{\text{vis}}(\omega) = \frac{1 + i \frac{\omega}{\omega_0 Q}}{1 + i \frac{\omega}{\omega_0 Q} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad (2.5.2)$$

ここで  $\omega_0 = \sqrt{g/l}$  は振り子の共振角周波数を表しており、また、 $Q$  は  $Q$  値と呼ばれる共振の鋭さを表す量である。複素バネ定数  $\phi(\omega)$  を用いて、 $Q = \frac{1}{\phi(\omega)}$  と表される。 $Q$  値は系の損失が小さければ小さい程大きな値となる。それよりも十分に高い周波数帯域  $\omega \ll \omega_0$  では、系の損失が十分に小さい

場合、つまり  $Q$  値が大きければ式 (3.2.3a) は

$$H_{\text{vis}} \approx - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \quad (2.5.3)$$

となり、 $\omega$  の自乗に比例した防振比が得られる。これは例えば 80 cm の長さの振り子を用いた場合、その共振周波数は約 0.5 Hz となり、1 kHz において、-130 dB の防振比が得られる。しかしながら、さらに防振比をとりたい場合や、より低周波での防振比が必要な場合は単振り子での防振よりも次節で示されるような多段の防振系が非常に有効な方法である。実際に、現状の世界の重力波検出器の多くが多段の防振系を採用している。

## 2.5.2 多段防振系

多段の防振系を用いることで、原理的にはいくらでも防振比を稼ぐことが可能である。しかしながら、多段の防振系には

- (1) 自由度が増えるために、その制御が困難となる、
  - (2) 多くの固有振動モードをもち、これらの定常振動を十分に抑える必要がある、
  - (3) 固有振動モード間のカップリングがあり、1 軸の防振のためにも多自由度の防振が必要である、
- などの問題があり、実際にはその防振比は制限される。

干渉計の安定な動作のためには、観測帯域だけではなく、低周波での防振がかかせない。これは各自由度が自乗平均してどれくらい揺れているかを表す RMS (Root Mean Square) 振幅が小さいことが干渉計の安定動作の指標のひとつとなる [22] が、低周波側の共振のピークはこの RMS 振幅に大きく寄与するためである。多段防振系では低周波に多くの固有モードの共振が存在している。これらの周波数付近では外乱振動が増幅されてしまうため、なんらかのダンピングを行わなければならない。ダンピングの方式としては、受動的なダンピングと能動的なダンピングの 2 つの方法がある。

### (1) 受動的なダンピング

受動的なダンピングの例としては、永久磁石を用いたものが挙げられる。図 2.6 は、磁石を上段のマスのおき受動ダンピングを施した 2 段の振り子の系である。このとき、永久磁石が作り出す磁場  $B$  によって、磁石と上段マスとの間の相対速度に比例した力

$$F_m = A\sigma B \frac{\partial B}{\partial x_i} \dot{x}_i \quad (2.5.4)$$

がかかる。ここで  $A$  は形状因子、 $\sigma$  はマスの表面での導電率である。磁場ダンピングにともなう実効的な  $Q$  値は

$$Q_m = \frac{m\omega_0}{A\sigma B \frac{\partial B}{\partial x_i}} \quad (2.5.5)$$

と表され、上段マスでのうず電流によるエネルギーの散逸が起こり、無負荷のときの  $Q$  値  $Q_0$  に比べ、その  $Q$  値は小さくなる。しかしながら、高周波帯域では磁石によるダンピングは逆に地面振動を導入する事になり、ダンピングを行わないときと比べて防振比は悪化する。このため、磁石による受動ダンピングを行う際には磁石にもバネなどによる防振を施すなどの対策が必要である。

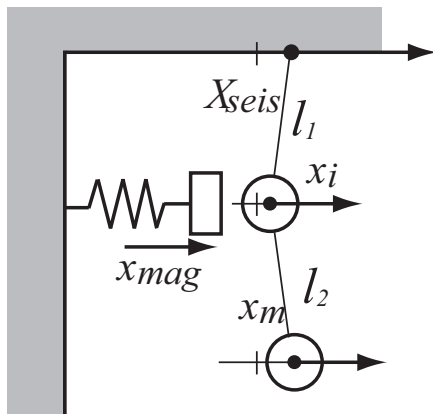


図 2.6 受動ダンピング

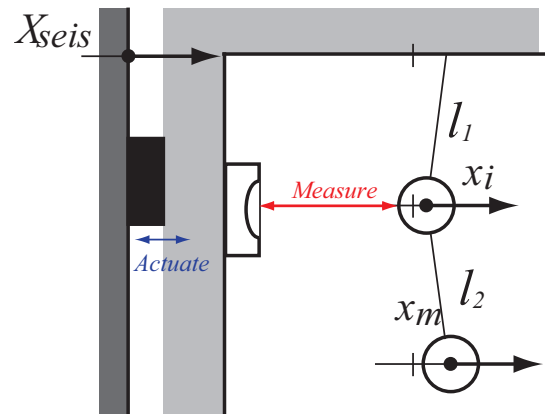


図 2.7 能動ダンピング

## (2) 能動的なダンピング

系の振動をセンサーを用いて電氣的に検出し、その振動を減衰させるような力をフィードバックすることにより制御する。鏡ではなく上段のマスに能動的なダンピングをかけることにより、鏡の運動を含めた結合系としての全体の振動を減衰させることが可能である。この方式により、電気系の雑音が鏡に直接作用して外乱を与えるという望ましくない現象をおさえることができる。

図 2.7 は能動ダンピングの原理図である。この例では、上段のマスの動きと支点との間の相対変位を検出するセンサーが取り付けられている。また振り子の支点にはアクチュエーターが取り付けられている。負帰還のゲインを  $G$  としたとき、この能動制御によって、上段マスの振動を  $\frac{1}{1+G}$  に抑圧し、また実効的な  $Q$  値を  $Q/(1+G)$  に下げることができる。

### 2.5.3 TAMA 300 における防振装置 : Seismic Attenuation System

現在 TAMA 300 では Seismic Attenuation System (SAS) [23] による 4 つの鏡の懸架が行われている。SAS は倒立振り子 (Inverted Pendulum : IP) と、2 段の MGAS フィルター、3 段の Sub suspension system からなる、多段の防振系である。

#### SAS の構造

まず地面からフレックスジョイントを支点にして垂直に立てられた 3 本の IP が頭頂部で三つ又の MGAS フィルターによって連結されている。この IP はフレックスジョイントによるバネ効果と、重力による反バネ効果との並進方向への力の相殺によって、並進方向の変位に対して浅いポテンシャルを持つ。約 2 m とコンパクトなスケールだが  $\sim 30$  mHz と大変低い共振周波数が実現されており、水平方向への防振を行っている。

頭頂部の MGAS フィルターは縦方向へのバネの効果を持ち、垂直方向の防振を行っている。

頭頂部から 1 本のワイヤーによりもう 1 段の MGAS フィルター (Filter-1 と呼ばれる) 及びその下の Sub suspension system が吊り下げられている。1 本のワイヤーで吊り下げることによって、回転方向のバネ効果による復元力が複数本で吊り下げた場合と比較し小さくなり、共振周波数 30 mHz を実現し

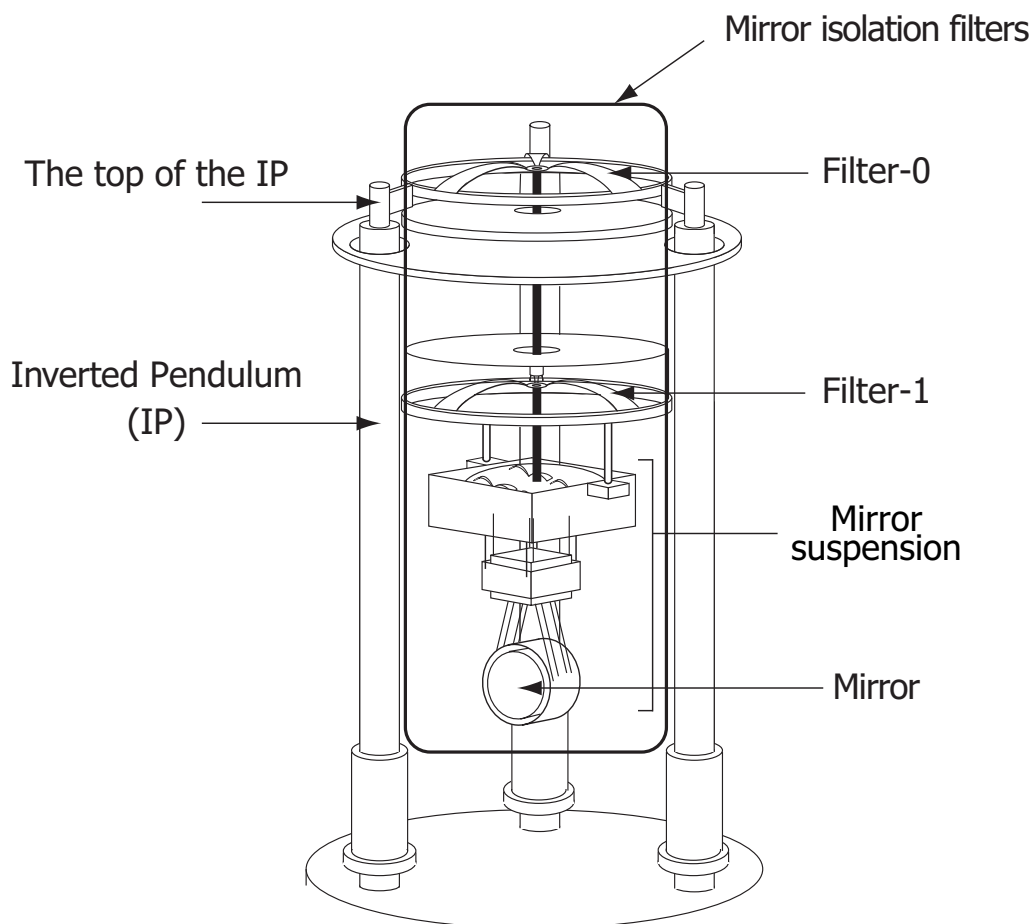


図 2.8 TAMA300 に導入された Seismic Attenuation System (SAS) の構造

ている。この効果により回転方向の防振を行っている。

懸架装置の最下段である Sub suspension system はプラットフォームと呼ばれる部分から 2 本のワイヤーによってまず、中段マスが懸架されている。さらにその中段マスから太さ  $50\mu\text{m}$  の 2 本のワイヤーによって鏡、およびそれをアクチュエートするためのリコイルマスが懸架されている。

#### SAS におけるダンピング制御

SAS は多段防振系であるため多くの固有振動モードを持つ。中段マス、鏡にはそれぞれ、そのひとつ上の段からバネで防振された磁石が設置され、永久磁石による受動ダンピングが行われている。

プラットフォームより上段ではその質量が大きいため磁石による受動ダンピングが困難であった。そこで、それぞれの固有振動モードは SAS の各部分に取り付けられたセンサーによって検出され、各部分に取り付けられたアクチュエーターにフィードバックすることで能動的なダンピングが行われている。

1. IP 頭頂部には加速度計 [24] と LVDT [25] と呼ばれる変位センサーが三角対称となるように 3 つずつ取り付けられている。このセンサーによって平面 3 自由度の IP 頭頂部の動きが検出されている。その信号は IP 頭頂部に三角対称に取り付けられたマグネットコイルアクチュエーター [26] にフィードバックされ、IP の並進方向の共振と、回転方向の共振をダンピングを行っ

ている。制御帯域としては、LVDT が並進の共振周波数付近でのダンピング及びオフセットの位置のドリフトを防ぐ制御を行い、加速度計が回転方向の共振周波数のダンピング、及び、下段からの寄生共振のダンピングを行っている。

2. Filter-1 にはフォトセンサーを用いた角度揺れセンサーが取り付けられており、一本吊りされている部分の回転方向の固有振動モードの振動検出を行っている。信号は IP 頭頂部のマグネットコイルアクチュエーターにフィードバックされ、MGAS フィルター [27] を介して制御されている。
3. 鏡には光てこを用いた角度揺れセンサーが取り付けられている。信号はリコイルマスに取り付けられたコイルアクチュエーターにフィードバックされる。

全ての制御にはデジタルフィルターが用いられている。デジタルフィルターを用いる事で、 $\sim 10$  mHz からの低周波での制御が比較的容易に実現でき、また Q 値の高い共振や寄生共振に対する制御も正確に設計することが可能である。



## 第 3 章

# 加速度計の特性評価

### 3.1 加速度計開発の経緯と目標性能

前章までで、レーザー干渉計型重力波における地面振動雑音の影響と、そのための防振装置について述べた。日本では将来、地面振動レベルの小さい神岡鉱山の地下に大型重力波検出器 LCGT を建設する計画であり、この LCGT でも鏡の懸架には TAMA300 と同様の防振装置が採用される予定である [28]。この防振装置についても同様に低周波における共振をダンプするための制御が必要である。前述したように、能動制御に用いるセンサーにはいくつかの種類があるがその中でも加速度計は基本的な性質として系の慣性系に対する振動を測定することができるため、加速度計を用いた制御を行うことでその系を慣性系に対して静かにすることができ、将来の懸架装置でもその活躍が期待される。しかしながら、現在 TAMA300 で使用している加速度計の雑音レベルは振動にして  $10^{-9}\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  相当であり、これは神岡の地面振動レベルと同程度でしかない。LCGT における SAS の性能をより引き出すためにはより感度のよい加速度計が求められている。

そこで、この論文では高感度加速度計の開発についての研究を行う。この加速度計の目的は将来神岡での重力波検出における多段防振系の能動制御用いるための振動検出器であり、少なくともその場所での地面振動よりも低雑音なものでなければならない。そこで、目標感度を神岡の地面振動レベルである数 Hz の帯域で

$$10^{-9}\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

とする。この検出感度を有すれば懸架装置での共振をダンプすることが可能である。

加速度計にはいくつかの種類があるが、今回は低周波 (100 mHz 以下) でも感度を有することができる振り子を用いたサーボ型加速度計の開発を行う。次節でその原理について述べる。

### 3.2 サーボ型加速度計の原理

サーボ型加速度計は振り子を静止させるための制御力を読み取ることにより、質点に加えられた加速度を測定する装置である。以下でその原理を示す。

図 3.1 はサーボ型加速度計の原理図である。振り子の支点の慣性系に対する変位を  $x_0$ 、振り子の質点の慣性系に対する変位を  $x_1$  とする。重力と速度に比例した抵抗力以外が外力が働かない場合の

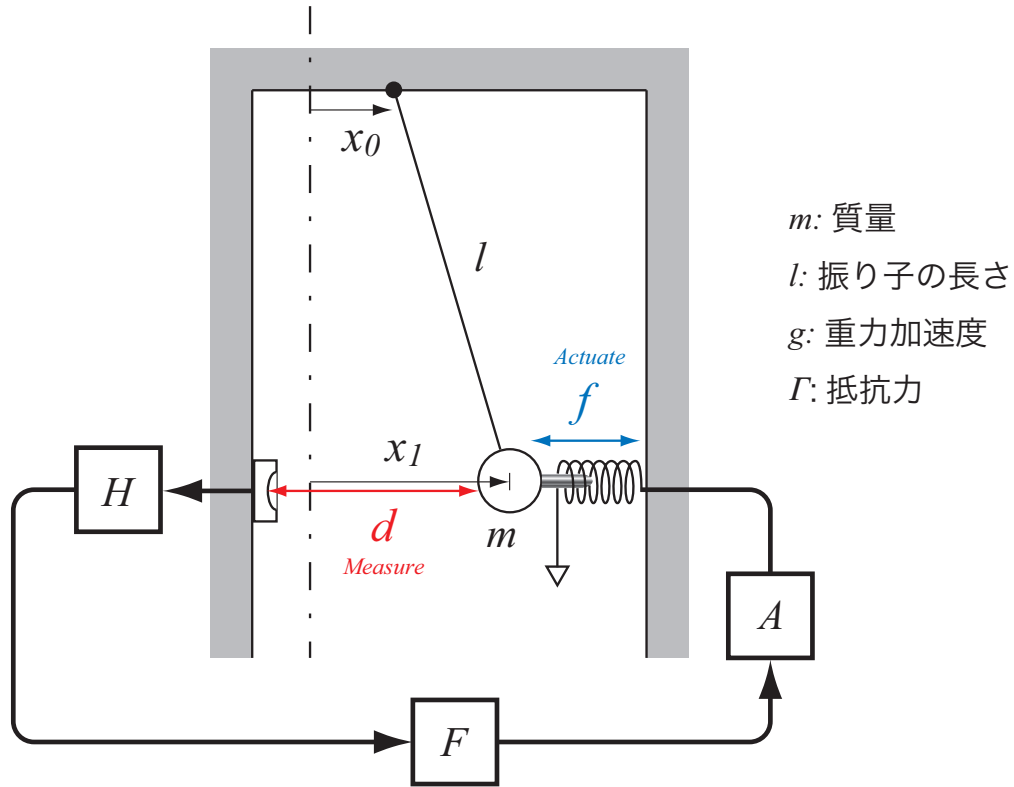


図 3.1 振り子による加速度計

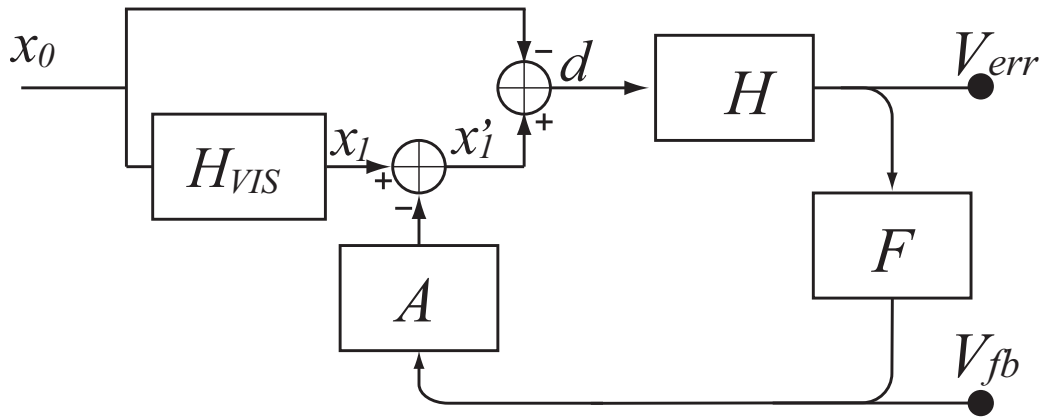


図 3.2 振り子による加速度計とフィードバック制御のモデル

質点の運動方程式は

$$m\ddot{x}_1 = -\frac{mg}{l}(x_1 - x_0) - \Gamma(\dot{x}_1 - \dot{x}_0) \tag{3.2.1}$$

周波数空間では、 $x_0, x_1$  のフーリエ変換をそれぞれ  $\tilde{x}_0, \tilde{x}_1$  として、

$$-\omega^2 m\tilde{x}_1 = -\frac{mg}{l}(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_0) - i\omega\Gamma(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_0) \tag{3.2.2}$$

すると、支点の変位から質点の変位までの伝達関数  $H_{\text{vis}}$  は、

$$H_{\text{vis}}(\omega) = \frac{\tilde{x}_1(\omega)}{\tilde{x}_0(\omega)} = \frac{mg/l + i\omega\Gamma}{mg/l + i\omega\Gamma - m\omega^2} \quad (3.2.3a)$$

$$= \frac{1 + i\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + i\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad (3.2.3b)$$

と表される。ここで  $\omega_0$  は振り子の共振角周波数、 $Q$  は振り子の  $Q$  値である。今、 $x_0$  と  $x_1$  の間の相対距離  $d$  を測定し、質点に力を介してフィードバックを行う制御を考える。制御のオープンループゲインを  $G$  とすると、図 3.2 で表されるブロックダイアグラムから、

$$x'_1 = x_1 - Gd \quad , \quad x'_1 - x_0 = d \quad (3.2.4)$$

これを解いて、式 (3.2.3a) の関係を用いると

$$d(\omega) = \frac{x_0}{1+G}(H_{\text{vis}} - 1) \quad (3.2.5)$$

$$= \frac{x_0}{1+G} \frac{m\omega^2}{mg/l + i\omega\Gamma - m\omega^2} \quad (3.2.6)$$

この時、フィードバックシグナル  $V_{\text{fb}}$  には

$$V_{\text{fb}} = dHF = d\frac{G}{A} = \frac{G}{1+G} \frac{x_0}{A} \frac{m\omega^2}{mg/l + i\omega\Gamma - m\omega^2} \quad (3.2.7)$$

が現れる。ここで  $A$  はコイルアクチュエーターに加えられた電圧  $V$  から振り子の質点の変位  $x_1$  までの電圧変位伝達関数である。これは運動方程式から次のように得られる。

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_1 + \Gamma\dot{x}_1 + \frac{mg}{l}x_1 &= ma = m\alpha V_{\text{fb}} \\ (-m\omega^2 + i\omega\Gamma + \frac{mg}{l})\tilde{x}_1 &= m\alpha\tilde{V}_{\text{fb}} \\ \therefore A(\omega) \equiv \frac{\tilde{x}_1(\omega)}{\tilde{V}_{\text{fb}}(\omega)} &= \frac{m\alpha}{mg/l + i\omega\Gamma - m\omega^2} \\ &= \frac{\beta}{1 + i\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \end{aligned} \quad (3.2.8a)$$

$$\text{但し、}\beta \equiv \frac{\alpha}{\omega_0^2} \quad (3.2.8b)$$

ここで、 $a$  は質点の加速度、 $\alpha$  はコイルに加えられた電圧  $V$  から質点に加える加速度までの結合係数である。また  $\beta$  は DC における  $A(\omega)$  の値であり、コイルに 1 V 加えられたときに振り子がどれだけ変位したかを表す量である。するとフィードバックシグナルは  $V_{\text{fb}}$  は式 (3.2.7) にこの  $A$  を代入して、

$$\begin{aligned} V_{\text{fb}} &= \frac{G}{1+G} \frac{m\omega^2}{m\alpha} x_0 \\ &= \frac{G}{1+G} \frac{1}{\beta} \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 x_0 \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

となる。

これはオープンループゲイン  $G$  が十分に大きい場合、 $V_{\text{fb}}$  は振り子の置かれている場所の加速度  $x_0\omega^2$  に比例した信号を表している。サーボ型加速度計ではこのフィードバックシグナルを出力として読み取り、オープンループゲインを用いて式 (3.2.9) により外乱較正を施すことで加速度を測定することができる。

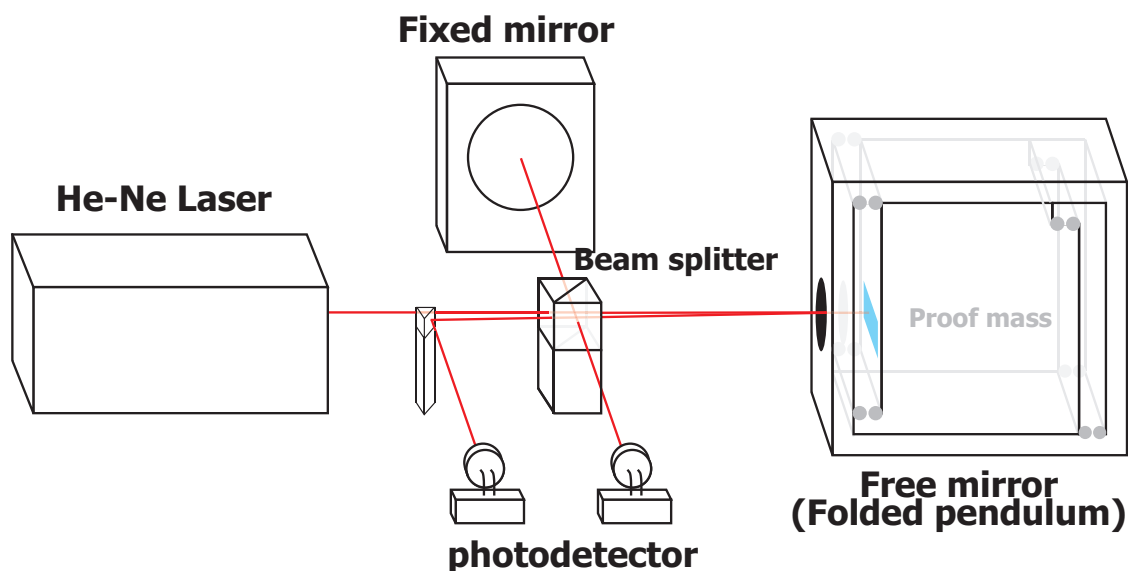


図 3.3 折り畳み振り子と干渉計を用いたサーボ型加速度計の概念図

### 3.3 本体の製作

振動子を用いたサーボ型加速度計に必要な要素は

- 振動子の役割をする試験質量
- 固定点と試験質量の間の相対距離を検出する変位計
- 試験質量を制御するためのアクチュエーター

である。サーボ型加速度計において振動子の共振周波数より低周波側では、感度は周波数の自乗に比例して小さくなり、DC で 0 となる。また、高周波側の雑音レベルは変位計の読み取り雑音によって制限される。これらの影響は後述するように (3.5 節)、内部サーボのオープンループゲイン  $G$  を大きくしても変わらない。このことからサーボ型加速度計の要素としては

- 共振周波数の低い振動子
- 読み取り雑音の小さい変位計

が求められる。

本試作機では振動子として折り畳み振り子を、変位計としてマイケルソン干渉計を、アクチュエーターとしてコイル-マグネットアクチュエーターを採用した。図 3.3 はその概念図である。折り畳み振り子の試験質量部分をその他の光学素子に追従するように制御し、干渉計の干渉縞を一定に保つ。そのときのフィードバック信号に系全体が受ける加速度の情報が含まれている。以下の節において本試作機に採用した各々の要素について解説する。

## 3.3.1 折り畳み振り子

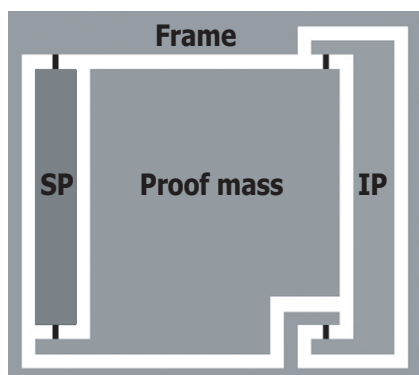


図 3.4 試験機の模式図

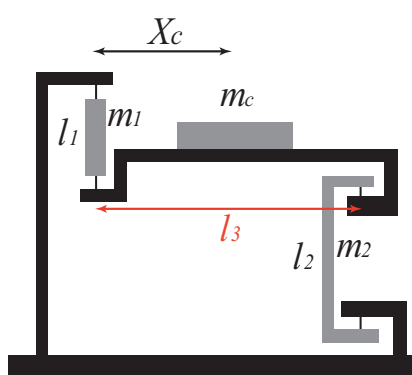


図 3.5 試験機の構造図

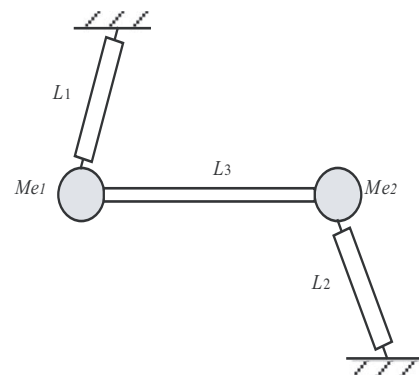


図 3.6 力学モデル

折り畳み振り子 (Folded Pendulum:FP) は単振り子 (Single Pendulum:SP) と倒立振り子 (Inverted Pendulum:IP) を組み合わせた振動子である。単振り子と倒立振り子を剛体で結合することにより、単振り子の復元力と倒立振り子の重力による反バネ効果が相殺し、浅いポテンシャルを作り出している。この構成により、 $\sim 10$  cm とコンパクトなサイズでも低い共振周波数の振動子を実現する事が可能である。例えば、500 mHz に共振を持つ単振り子を製作するためには約 1 m の振り子が必要であるが、今回製作した試作機では約 10 cm の大きさでも、それよりも低い共振周波数を実現した。(試作機の詳しい特性については 3.4 節で述べる。) 折り畳み振り子は D.G.Blair らによって詳しくその研究がなされており [29, 30, 31]、その構造は図 3.5 のように表すことができる。今回製作する試作機は、図 3.4 の模式図で表されるような構造になっており、内部の試験質量 (Proof Mass) は、単振り子と倒立振り子によって、両側から支えられている形になっている。

## 力学モデル

図 3.5 のような構造の折り畳み振り子の最も簡単な力学モデルのひとつとして、図 3.6 のような力学モデルが考えられる。図 3.6 において、2 つの振り子はその腕の重さを 0 とした、長さ  $L_1$ 、 $L_2$ 、質量  $M_{e1}$ 、 $M_{e2}$  の質点振り子とみなしており、2 つの質点の間は質量 0、長さ  $L_3$  の曲がらない棒で繋がれている。このとき、質点の質量  $M_{e1}$ 、 $M_{e2}$  は、図 3.5 の構造図における試験質量  $m_c$  と、2 つの腕の質量  $m_1$ 、 $m_2$  から

$$M_{e1} = 1/2m_1 + (1 - \frac{X_c}{l_3})m_c \quad (3.3.1)$$

$$M_{e2} = 1/2m_2 + \frac{X_c}{l_3}m_c \quad (3.3.2)$$

と表される。

質点近似された力学モデルにおける折り畳み振り子の共振周波数及びその Q 値を求める。

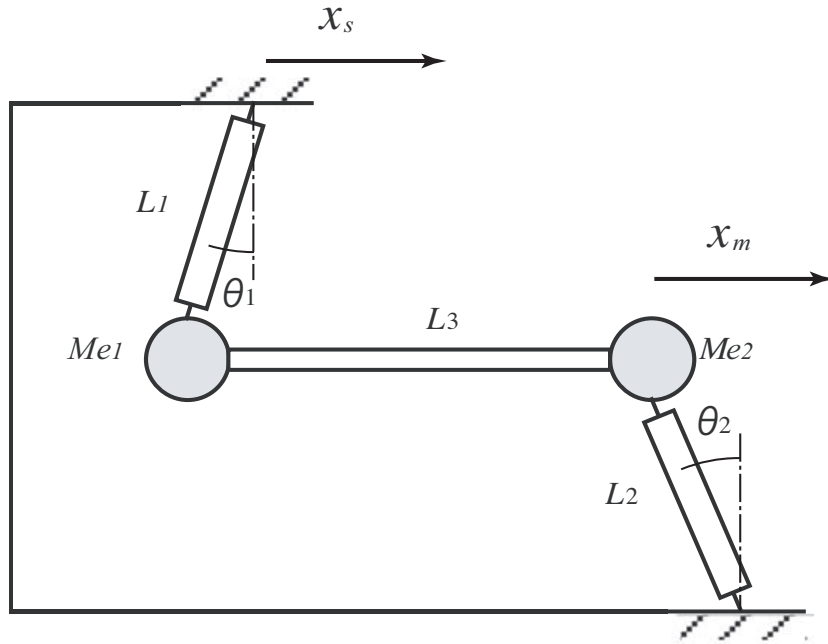


図 3.7 質点近似された折り畳み振り子の力学モデル： $x_s$  は折り畳み振り子の回りの箱の変位、 $x_m$  は振り子の先に付けられている質点の変位

まず、回転の効果を入れず、並進についてのみの質点の運動方程式を考える。折り畳み振り子の質点の変位を  $x_m$  とする。また折り畳み振り子を支えている周囲の箱の変位を  $x_s$  とする。この時、それぞれの振り子は、 $\theta_1 = \frac{x_m - x_s}{l_1}$  (単振り子)、 $\theta_2 = \frac{x_m - x_s}{l_2}$  (倒立振り子) だけ傾く。すると、単振り子の質点には重力による復元力が加わる。倒立振り子の質点には根元に取り付けられた Flex Joint によるバネの復元力と、重力による反バネ力の 2 つの力が加わる。また、質点と柱の部分との接合点において、速度に比例した抵抗力を受けると仮定し、その時の係数を  $\Gamma$  とおく。これら 2 つの質点は剛体で連結されており、その棒を今、一体とみなして運動方程式を立てると、 $|x_m - x_s| \ll 1$  の時、

$$(M_{e1} + M_{e2}) \frac{d^2 x_m}{dt^2} = M_{e1} g \theta_1 + M_{e2} g \theta_2 - k \theta_2 - \Gamma \frac{dx_m - x_s}{dt} \quad (3.3.3)$$

$$= M_{e1} g \frac{x_m - x_s}{L_1} + M_{e2} g \frac{x_m - x_s}{L_2} - k \frac{x_m - x_s}{L_2} - \Gamma \frac{dx_m - x_s}{dt} \quad (3.3.4)$$

と表される。これをフーリエ変換すると、周波数空間における運動方程式は

$$-(M_{e1} + M_{e2}) \omega^2 \tilde{x}_m = M_{e1} g \frac{\tilde{x}_m - \tilde{x}_s}{L_1} + M_{e2} g \frac{\tilde{x}_m - \tilde{x}_s}{L_2} - k \frac{\tilde{x}_m - \tilde{x}_s}{L_2} - i \omega \Gamma (\tilde{x}_m - \tilde{x}_s) \quad (3.3.5)$$

$$\therefore \left\{ -(M_{e1} + M_{e2}) \omega^2 + i \omega \Gamma + \frac{g}{L_1} M_{e1} - \frac{g}{L_2} M_{e2} + \frac{k}{L_2} \right\} \tilde{x}_m = \left( \frac{g}{L_1} M_{e1} - \frac{g}{L_2} M_{e2} + \frac{k}{L_2} + i \omega \Gamma \right) \tilde{x}_s \quad (3.3.6)$$

$$\therefore \frac{\tilde{x}_m}{\tilde{x}_s} = \frac{\frac{g}{L_1} M_{e1} - \frac{g}{L_2} M_{e2} + \frac{k}{L_2} + i \omega \Gamma}{\frac{g}{L_1} M_{e1} - \frac{g}{L_2} M_{e2} + \frac{k}{L_2} + i \omega \Gamma - (M_{e1} + M_{e2}) \omega^2} \quad (3.3.7)$$

と書き表せる。これが、今回考えられた力学モデルに於ける、周囲の変位  $x_s$  から折り畳み振り子の質点の変位  $x_m$  までの周波数応答関数である。更にこの式は、いま考えている系の共振周波数  $\omega_0/2\pi$ 、

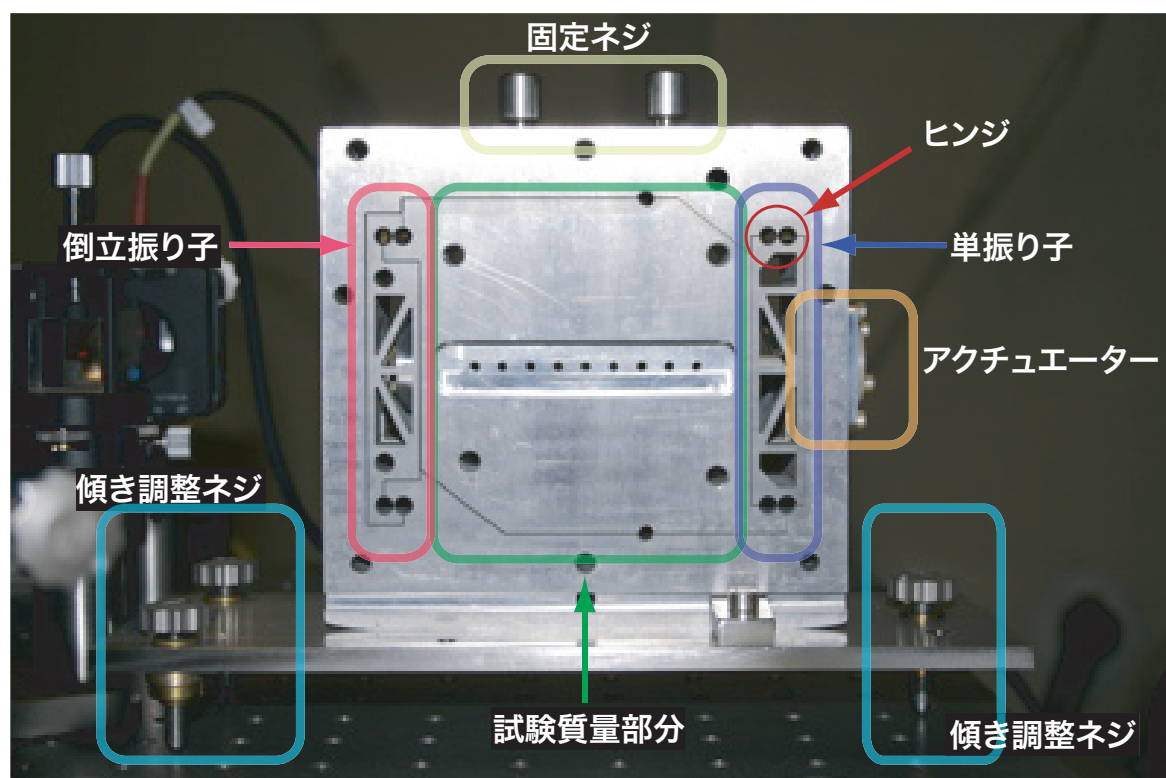


図 3.8 折り畳み振り子 (Folded Pendulum; FP)

及び、 $Q$  値  $Q$  が

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{M_{e1} + M_{e2}} \left( \frac{g}{L_1} M_{e1} - \frac{g}{L_2} M_{e2} + \frac{k}{L_2} \right)}, \quad Q = \frac{(M_{e1} + M_{e2})\omega_0}{\Gamma} \quad (3.3.8)$$

と書けるので、この表記を用いて式 (3.3.7) は次のように書き換えられる。

$$\frac{\tilde{x}_m}{\tilde{x}_s} = \frac{1 + i\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + i\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad (3.3.9)$$

すると、折り畳み振り子の応答は、単振り子と同等と理解される。

### 3.3.2 Michelson 干渉計

変位計には基線長 10 cm の Michelson 干渉計を使用した (図 3.9)。レーザー光を BS に入射し、2つの方向に分ける。分けられた 2つの光は、直交する 2本の光路をそれぞれ進み、終端にある光学台に固定された固定鏡と、振動子 (折り畳み振り子の試験質量) に取り付けられた自由鏡によりそれぞれ反射され、再び BS に戻ってくる。このとき 2つの光に位相差が存在すると干渉光の強度が変化する。この変化を光検出器によって受けることで、固定台と振動子の間の変位を測定する。

干渉計の光源としては He-Ne レーザーを使用した。レーザー光の強度と周波数はそのコントローラ内部に組み込まれているキャビティにより安定化がされており、出射口での出力は 0.25mW であった。

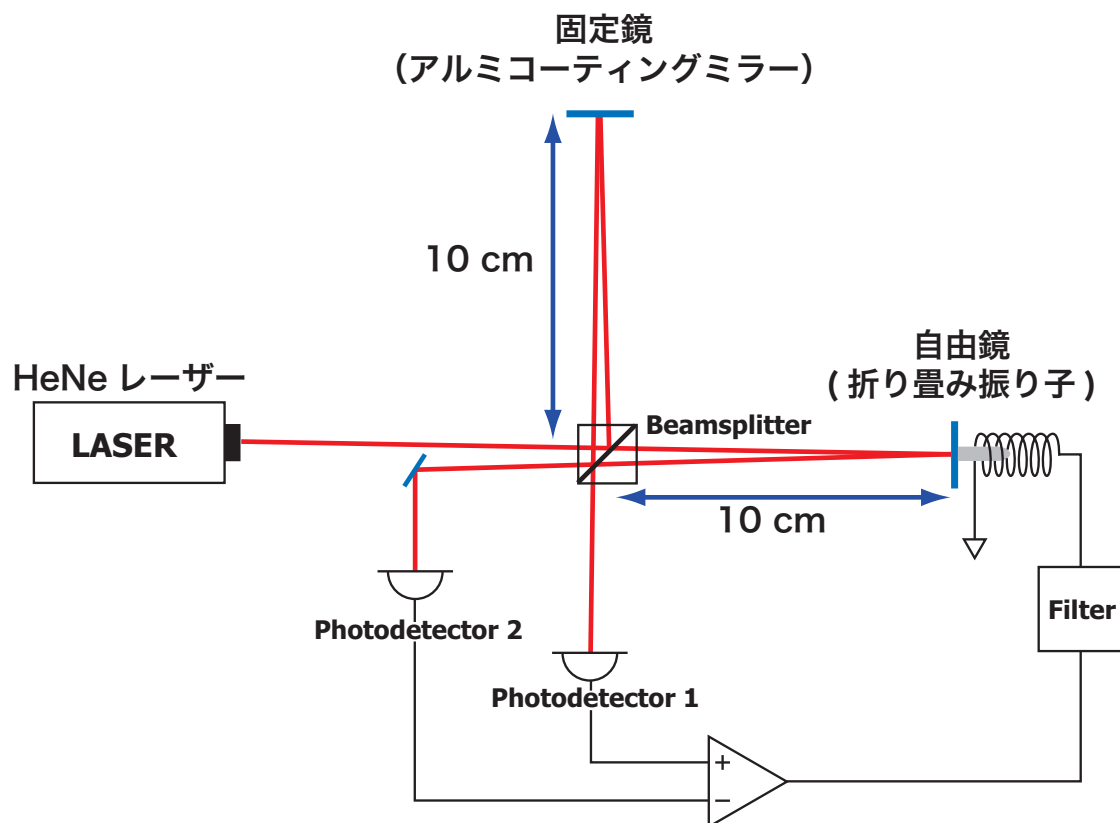


図 3.9 Michelson 干渉計

固定鏡にはアルミコーティングミラーを使用した。鏡はミラーマウントにしっかりと固定されている。ミラーマウントには角度調節ネジが取り付けられており、これにより上下・左右のあおりと前後（光軸方向）平行移動の合わせて 3 自由度の調節ができる仕組みとなっている。

自由鏡には折り畳み振り子の試験質量部分に接着した鏡を使用した。

干渉光は光検出器で検出される。BS で再結合された光は、再度 BS で 2 つの方向に分けられるが、両方の光をそれぞれ光検出器で検出した。検出された光電流は、外部の電氣的ノイズを避けるために光検出器本体内部で直ちに電圧変換され、シールド被覆線により外部の差動回路へつながれる。2 つのポートからの信号はゲイン調節し、差動増幅回路によってその差動成分を適度な利得で増幅される。差動出力信号はその DC 成分が 0 となるようにオフセット調整され、フィルター、コイルドライバー、後述するアクチュエーターを通して自由鏡にフィードバックされる。このオフセット調整を適切に行うことにより、干渉計はそのミッドフリンジにロックされる。

### 3.4 特性評価

この節では実際に製作した加速度計について、その各構成要素の特性を評価する。

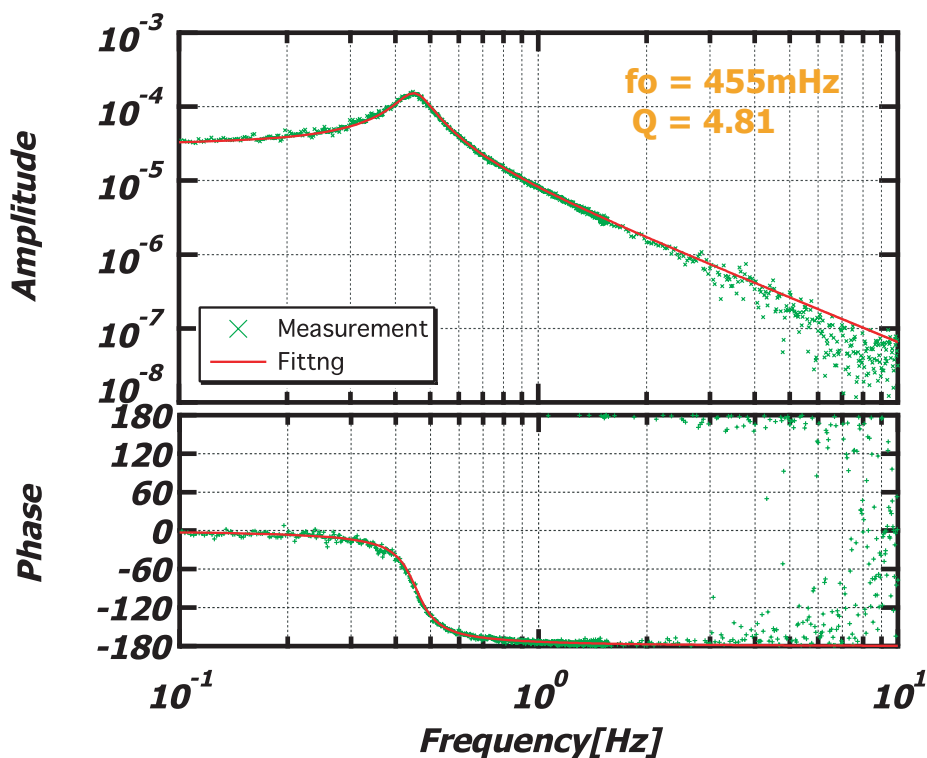


図 3.10 折り畳み振り子の伝達関数

### 3.4.1 折り畳み振り子の特性

振動子の特徴はその共振周波数とその Q 値によって特徴づけられる。加速度計の振動子に採用した折り畳み振り子について、その特性を調べるための実験を行った。

#### 共振周波数の測定

振動子の共振周波数は振動子に力を加えたときに生じる変位への伝達関数を測定することにより推定することができる。実際の測定では力を考えるよりもコイルアクチュエーターに加える電圧を考えた方が便利であるので、伝達関数は電圧から変位への形で表すこととし、定数  $\beta$  も DC における電圧変位変換係数 (次元は 変位/電圧) で表す。3.3.1 節で述べたよう、折り畳み振り子の伝達関数は理想的には単振り子のそれと等しく、アクチュエーターに加えた力から変位への伝達関数  $A(\omega)$  は

$$A(\omega) = \frac{\beta}{1 + i\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad (3.4.1)$$

と書ける。

測定は折り畳み振り子に取り付けられた鏡に反射型フォトセンサーを正対させ、コイルマグネットアクチュエーターに多重正弦波信号を注入することで折り畳み振り子の試験質量部分を加振し、そのときの振り子の揺れを測定した。

測定結果を  $A(\omega)$  の実測値  $A_i$  から、その複素平面上での極の位置をフィッティングにより推定し、その Q 値と共振周波数を求めた。  $A(\omega)$  の実測値とフィッティングの結果を図 3.10 に示す。フィッ

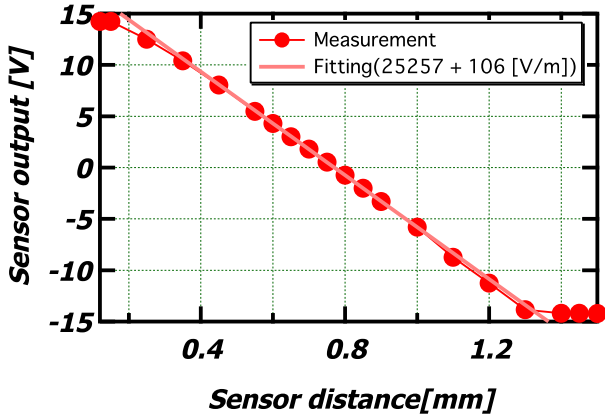


図 3.11 フォトセンサーの感度曲線

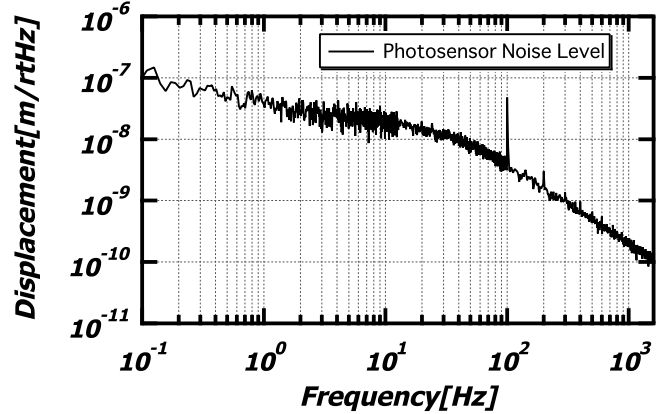


図 3.12 フォトセンサーの雑音レベル

ティングの結果、共振周波数  $f_0$  は 455 mHz、 $Q$  値は 4.81 であった。また、この伝達関数の DC から電圧変位変換係数  $\beta$  は

$$\beta = 31.6 \quad [\mu\text{m}/\text{V}] \quad (3.4.2)$$

であった。

測定に使用した反射型フォトセンサーは発光ダイオード (Light Emitting Diode; LED) とフォトダイオード (photo diode; PD) を組みにした変位計である。そのセンサーヘッドと対象物との間の相対距離が変化することにより、図 3.11 のような応答をする。今回用いたセンサーは 0.8mm の線形領域を持つ。また、固定鏡に相対させることで反射型フォトセンサーの感度を測定したが  $3 \times 10^{-8} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  であった。

### 3.4.2 Michelson 干渉計の特性

Michelson 干渉計は変位計として振る舞い、その較正值は干渉計の中に入射した光の強度で決まる。

今、Michelson 干渉計の基線長  $l_1$ 、 $l_2$  の差  $\Delta l = l_2 - l_1$  に対する光検出器の差動出力  $V$  について考える。干渉計に入射するレーザーの電場を  $E_0 e^{i\omega t}$  とする。このとき、BS の透過率を  $t$ 、反射率を  $r$  と書くと、2つの光検出器の出力  $V_1$ 、 $V_2$  はそれぞれ入射する光の電場強度の自乗に比例するから、

$$\begin{aligned} V_1 &\propto |rtE_0 e^{i(\omega t + \frac{2l_1}{\lambda} 2\pi)} - rtE_0 e^{i(\omega t + \frac{2l_2}{\lambda} 2\pi)}|^2 \\ &= r^2 t^2 E_0^2 (2 - e^{i\frac{4\pi}{\lambda} \Delta l} - e^{-i\frac{4\pi}{\lambda} \Delta l}) \\ &= 2r^2 t^2 E_0^2 (1 - \cos \frac{4\pi}{\lambda} \Delta l) \end{aligned} \quad (3.4.3)$$

$$\begin{aligned} V_2 &\propto |t^2 E_0 e^{i(\omega t + \frac{2l_1}{\lambda} 2\pi)} + r^2 E_0 e^{i(\omega t + \frac{2l_2}{\lambda} 2\pi)}|^2 \\ &= E_0^2 (r^4 + t^4 + r^2 t^2 2 \cos \frac{4\pi}{\lambda} \Delta l) \end{aligned} \quad (3.4.4)$$

と表されるので、その差動出力  $V = V_2 - V_1$  は

$$\begin{aligned} V &= V_2 - V_1 \\ &= E_0^2(r^2 - t^2)^2 + 4E_0^2r^2t^2 \cos \frac{4\pi}{\lambda} \Delta l \end{aligned} \quad (3.4.5a)$$

$$= \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2} + \frac{V_{\max} - V_{\min}}{2} \cos \frac{4\pi}{\lambda} \Delta l \quad (3.4.5b)$$

ここで  $V_{\max}$ 、 $V_{\min}$  はそれぞれ光検出器の差動出力の最大値、最小値 (負の値) である。干渉の結果、図 3.9 における光検出器 2 に全ての光が入射したとき ( $\frac{4\pi}{\lambda} \Delta l = 2n\pi, n = 0, 1, 2, \dots$  のとき) に  $V_{\max}$  が実現され、光検出器 1 に全ての光が入射したとき ( $\frac{4\pi}{\lambda} \Delta l = \pi + 2n\pi$  のとき) に  $V_{\min}$  が実現される。

$$V_{\max} = E_0^2(t^2 + r^2)^2 \quad (3.4.6)$$

$$V_{\min} = E_0^2(t^2 - r^2)^2 - 4E_0^2r^2t^2 \quad (3.4.7)$$

BS の反射率  $r$  と透過率  $t$  が等しければ、 $V_{\max}$  と  $V_{\min}$  の絶対値は等しく、 $V_{\max} = -V_{\min}$  となる。干渉計は今、その出力が 0 となるようにミッドFRINGE にロックしてあり、その状態では、

$$\cos \frac{4\pi}{\lambda} \Delta l = -\frac{V_{\max} + V_{\min}}{V_{\max} - V_{\min}} \quad (3.4.8)$$

が成り立つ。このとき、基線長の長さの差  $\Delta l$  の変化に対する、光検出器の差動出力  $V$  の変化は式 (3.4.5b) を  $\Delta l$  で微分することで、

$$\begin{aligned} H &\equiv \frac{\partial V}{\partial \Delta l} = \frac{4\pi}{\lambda} \left( \frac{V_{\max} - V_{\min}}{2} \right) \sin \frac{4\pi}{\lambda} \Delta l \\ &= \frac{4\pi}{\lambda} \left( \frac{V_{\max} - V_{\min}}{2} \right) \sqrt{1 - \left( -\frac{V_{\max} + V_{\min}}{V_{\max} - V_{\min}} \right)^2} \\ &= \frac{4\pi}{\lambda} \sqrt{-V_{\max} V_{\min}} \quad (V_{\max} V_{\min} < 0) \end{aligned} \quad (3.4.9)$$

と表され、これが Michelson 干渉計の変位電圧変換係数  $H$  である。

今回の実験ではその差動出力の最大値、最小値をオシロスコープで読み取り、それぞれ  $V_{\max} = 250\text{mV}$ 、 $V_{\min} = -250\text{mV}$  であった。レーザーの波長が  $\lambda = 633\text{nm}$  であるから、変位電圧変換係数  $H$  として、

$$H = 5.0 \times 10^6 [\text{V/m}] \quad (3.4.10)$$

を得た。

Michelson 干渉計の制御にはコイルマグネットアクチュエーターを用い、前述したようにミッドFRINGE にロックした。実際の干渉計ではロックへの引き込みの難しさはコイルアクチュエーターの力の大きさによるところが大きい。コイルマグネットアクチュエーターの加える力の大きさはそこに流す電流の大きさに比例する。大きな電流を流すために、一般にアクチュエーターに用いられるコイルの抵抗値は小さく設計されている。どれくらいの電流が必要かは制御に必要なアクチュエーターのダイナミックレンジからの要請によって決められ、振り子の制御を行う場合は、定常時での振り子の揺れの大きさによる。

干渉計を組み、その干渉縞を見たところ、定常時で数FRINGE 揺れていることが分かった。Michelson 干渉計において 1 FRINGE (明から明までの間隔) の揺れとは鏡が光の半波長分揺れている事に対応するため、鏡の揺れは数  $\mu\text{m}$  であると推定された。

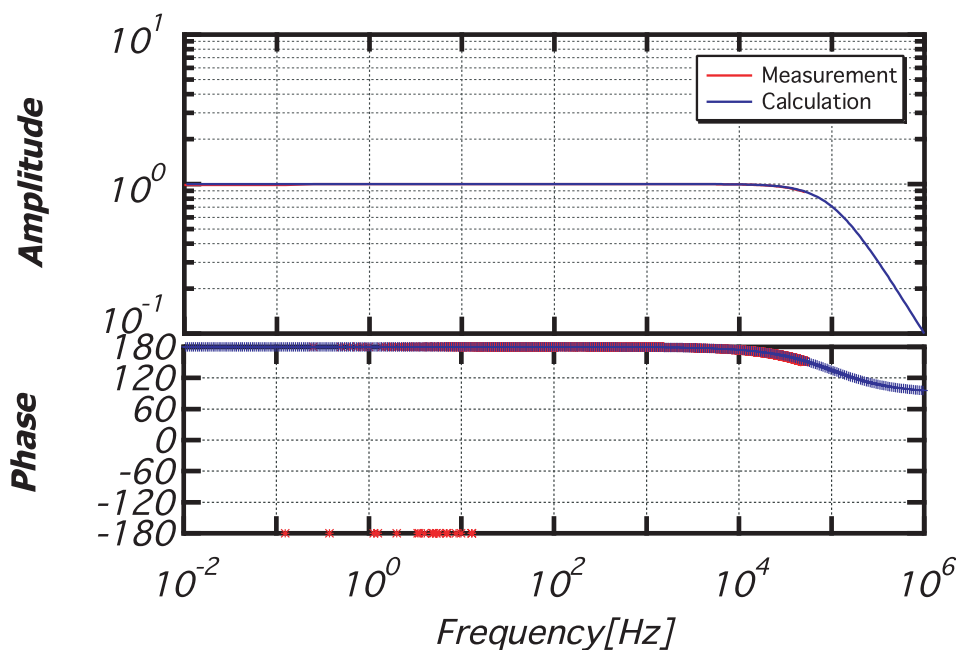


図 3.13 コイルドライバーの入力から出力までの伝達関数

この時に必要な力の要求値を満たすようにコイルドライバーを設計した。OP アンプには最大で 20 mA の電流を流すことが可能である OP27 を使用した。そのコイルドライバーの回路図を付録 D に示すと共に、その入力から出力までの伝達関数を実測したのでその結果を図 3.13 に示す。このコイルドライバーを用いて干渉計の制御を試みたところ、干渉計のロックに成功し、十分なアクチュエーターレンジを持っていることが確認された。

### 3.4.3 サーボフィルター

サーボ型加速度計を安定に動作させるためには、安定したフィードバックループを構築させる必要がある。フィードバックループの利得（オープンループゲイン） $|G(\omega)|$  について実際の扱いが容易な無条件安定条件： $G(\omega)$  の絶対値が 1 となる周波数（Unity Gain Frequency:UGF）まで位相が 180 度以上遅れない、を満たすようにフィルターを設計することとした。

3.4.1 節ですでに、アクチュエーターから振り子に及ぼす力から、振り子の変位への伝達関数  $A(\omega)$  は測定されており、これをみるとその共振周波数以上では位相が 180 度近く遅れてしまっている。このため、UGF 付近で位相を戻すような動作をさせる必要があり、フィードバックフィルターには UGF 付近で微分特性を持たせる必要がある。一方、 $A(\omega)$  は共振周波数以上で  $1/\omega^2$  に比例して絶対値が小さくなるので、フィードバックフィルターに二階以上の微分特性を持たせてしまうと、オープンループゲイン  $|G(\omega)|$  は減少しなくなってしまう。以上の事から、サーボフィルターは目的の UGF 付近の周波数では一階の微分特性を持たせなくてはならない。

このような位相補償を行うフィルター回路を設計、製作した。その回路図を付録 D に示した。この回路では後段に全体のゲインを調整するダイヤルがつけられており、UGF は 10 Hz から 500 Hz まで変更が可能となっている。

実際に製作したフィルターの入力から出力までの伝達関数  $F(\omega)$  を測定し、その結果、設計通りに

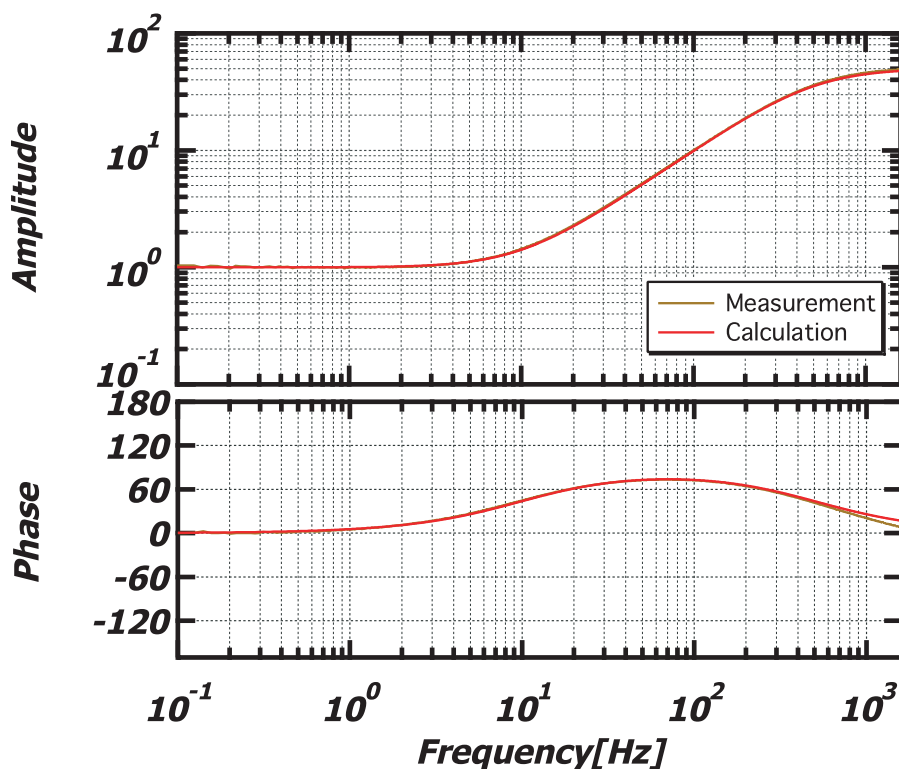


図 3.14 フィードバックフィルターの入力から出力までの伝達関数：

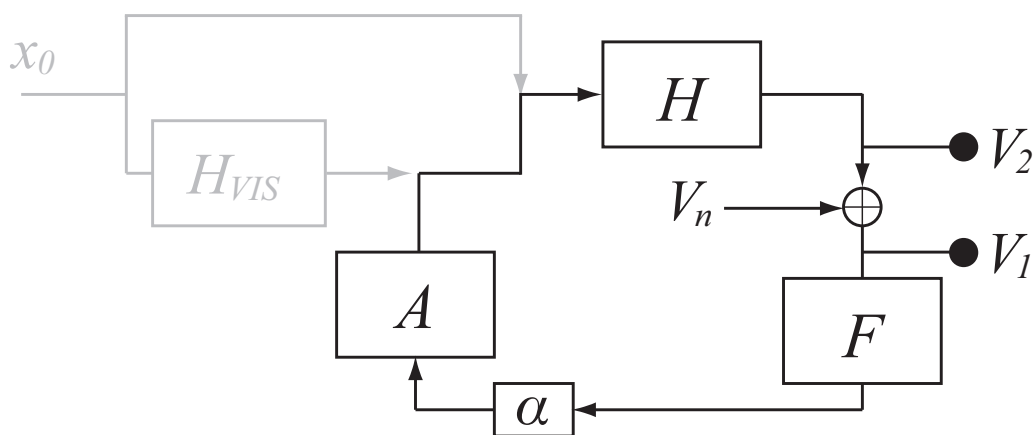


図 3.15 オープンループ伝達関数の測定：外乱  $x_0$  は注入信号  $V_n$  に対し十分小さい。

動作していることが確認された。

### 3.4.4 オープンループ伝達関数

前節までに測定したアクチュエーターの伝達関数  $A(\omega)$ 、Michelson 干渉計の変位電圧変換係数  $H(\omega)$ 、フィルターの伝達関数  $F(\omega)$  からオープンループ伝達関数  $G(\omega)$  を求めることができる。この  $G(\omega)$  が実現されているかどうか、ループの中に多重正弦波信号  $V_n$  を注入し、その前後の出力の周波数応答関数を実測した。図 3.15 が測定時のブロックダイアグラムである。このとき、注入され

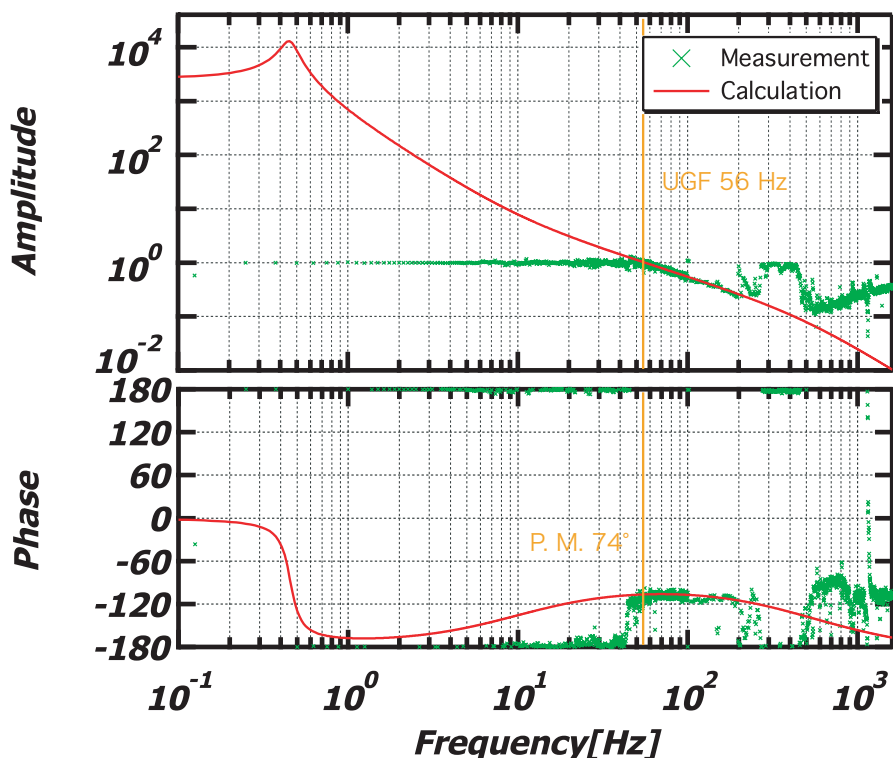


図 3.16 Michelson 干渉計制御のオープンループ伝達関数

た信号が外乱に対して十分多ければ、注入された信号はループの中に入るとすぐさま  $\frac{1}{1+G(\omega)}$  倍に低減され、

$$V_1 = \frac{V_n}{1 + G(\omega)} \quad (3.4.11)$$

となり、その後ループを一回りし、 $V_2$  には

$$V_2 = \frac{G(\omega)}{1 + G(\omega)} V_n \quad (3.4.12)$$

が現れる。この 2 つの出力の比  $V_2/V_1$  を取る事で、オープンループ伝達関数  $G(\omega)$  が求まる。

制御を試みたところ、大方、UGF が 10 Hz から、250 Hz まだがこの制御でロックできる範囲であった。UGF がこれよりも低い周波数に移行してしまうと、振り子は制御域を越えやすくなってしまい、ロックが落ちやすかった。逆に UGF をこれよりも高い周波数に移行させようとしてしまうと、高周波での発振がみられた。図 3.16 は UGF を 56 Hz に設定したときのものである。位相余裕として 70 度以上を持ち非常に安定に動作していることが確認された。オープンループゲインが大きい 40 Hz 以下では、加振が足りずうまく測定できていないが、40 Hz から 200 Hz までの帯域においては Coherence の良い測定ができており、計算値のプロットはその帯域において重なるよう絶対値を定めている。

以降の実験ではこの計算値をもとに加速度計の較正を行っている。

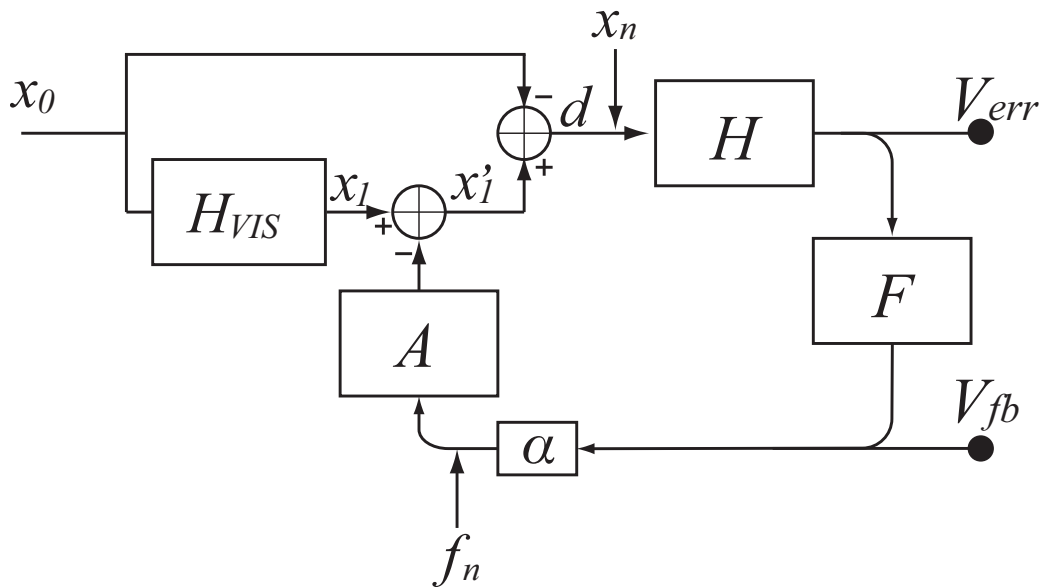


図 3.17 制御ループ内の雑音の影響

### 3.5 雑音源の評価

この節では、サーボ型加速度計の内部の雑音を調べる事により、その感度限界を見積もる。

まず、加速度計の内部サーボに生じた雑音がどのように出力に現れるかを考える。

変位計の読み取り雑音を  $x_n$ 、アクチュエーターの力雑音を  $f_n$  とする。すると、図 3.17 において、試験質量と固定点との相対変位  $d$  は

$$d = \frac{1}{1+G} (x_0(H_{vis} - 1) - Gx_n + Af_n) \tag{3.5.1}$$

と表される。このとき、フィードバックシグナルは

$$V_{fb} = \frac{G}{1+G} \frac{1}{\beta} \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \left( x_0 - \frac{1}{H_{vis} - 1} x_n + \frac{A}{H_{vis} - 1} f_n \right) \tag{3.5.2}$$

と表される。この式を雑音を含まないフィードバックシグナルを表す式 (3.2.9) と比較すると、第 2 項が変位計の読み取り雑音を、第 3 項がアクチュエーターの力雑音を表している。この式から分かるように、サーボ型加速度計ではそのオープンループゲイン  $G$  を大きくしても、これらの雑音の影響を小さくすることができない。

雑音の要因としては次のようなものが考えられる。

- レーザー光の散射雑音
- レーザー光の強度雑音
- フィルター、光検出器、コイルドライバーなどの電気雑音

この他にレーザーの周波数雑音や、干渉計に用いている光学素子の振動なども加速度計の雑音として

現れる。上記 3 つに対しては個別にその雑音の測定、計算を行った。それ以外の雑音に関しては、干渉計の正味の雑音を測定から見積もることとした。

### 3.5.1 レーザー光の散乱雑音

散乱雑音とは 2.4.3 で述べたように光の粒子性に起因した量子的な雑音であり、干渉計に入射する光のパワーでその雑音レベルが決定される。加速度計の感度限界は理想的にはこの散乱雑音で決定される<sup>\*1</sup>。光検出器で生じた光電流  $I_D$  での散乱雑音は出力電圧の雑音  $V_{\text{shot}}(\omega)$

$$V_{\text{shot}}(\omega) = \sqrt{2eI_D R_L} \quad (3.5.3)$$

として現れる。ここで  $R_L$  はフォトダイオードに取り付けられた電流電圧変換抵抗であり、今回製作したものでは  $1\text{k}\Omega$  である。DC における光検出器の出力電圧は  $I_D = \frac{V_D}{R_L}$  であるから、

$$V_{\text{shot}}(\omega) = \sqrt{2eV_D R_L} \quad (3.5.4)$$

となる。今回の Michelson 干渉計では 2 つの光検出器の差動出力をとっているため、雑音としてはその自乗和として効いてくることになる。2 つの光検出器の DC における出力をそれぞれ  $V_{D1}$ 、 $V_{D2}$  とすると、差動出力に現れる散乱雑音  $V_{\text{shot}}$  は

$$\begin{aligned} V_{\text{shot}} &= \sqrt{2eV_{D1} R_L + 2eV_{D2} R_L} \\ &= \sqrt{2e(V_{D1} + V_{D2}) R_L} \end{aligned} \quad (3.5.5)$$

と書ける。測定では  $V_{D1} = 140\text{mV}$ 、 $V_{D2} = 430\text{mV}$  であったので、式 (3.5.5) に代入して、干渉計の散乱雑音のスペクトルは

$$V_{\text{shot}} = 1.4 \times 10^{-8} \text{V}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (3.5.6)$$

であると見積もられた。

感度を評価するときには電圧ではなく、外乱の変位相当に換算すると便利である。干渉計の散乱雑音を干渉計の較正值  $H$  で割り、干渉計の入力雑音相当に換算した後、振り子の伝達関数を用いることで式 (3.5.2) から、外乱  $x_0$  に換算できる。図 3.20 に変位換算した散乱雑音（計算値）を示した。1 Hz における雑音レベルは  $2.3 \times 10^{-15} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  であった。

### 3.5.2 レーザー光の強度雑音

レーザー光の強度が揺らぐと干渉縞の強度が揺らぎ、結果として雑音となって現れる。

この影響は、Michelson 干渉計をミッドフリンジにロックすることによりその差動出力を常に 0 に保つことで消すことができる。しかしながら、実際には干渉計を完全にミッドフリンジにロックすることはできないため、残光によって強度ゆらぎによる雑音が生じる。

レーザー光のパワー  $P$  はその電場強度  $E_0$  の自乗に比例するので、式 (3.4.5a) を適当な比例定数  $k, s$  を用いて書き換えて、干渉計の差動出力  $V$  は

$$V = P \left( k + s \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda} \Delta l\right) \right) \quad (3.5.7)$$

\*1 レーザー項が十分高出力の場合は試験質量の熱雑音が加速度計の感度限界を決定し得る。

今、レーザーのパワー  $P$ 、基線長差  $\Delta l$  が微小に変化した時の差動出力  $V$  の変化を考える。式 (3.5.7) から、

$$\begin{aligned} dV &= dP \left( k + s \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda} \Delta l\right) \right) - d(\Delta l) P s \frac{4\pi}{\lambda} \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} \Delta l\right) \\ &= V \frac{dP}{P} - \frac{4\pi P s}{\lambda} d(\Delta l) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} \Delta l\right) \end{aligned} \quad (3.5.8)$$

この式の第 1 項がレーザーの強度雑音を表しており、強度雑音による等価的雑音変位  $d(\Delta l_{\text{int}})$  は、

$$\begin{aligned} d(\Delta l_{\text{int}}) &= V \frac{dP}{P} \frac{\lambda}{4\pi P s} \frac{1}{\sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} \Delta l\right)} \\ &= V \frac{dP}{P} \frac{\lambda}{4\pi P s} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{V_{\text{max}} + V_{\text{min}}}{V_{\text{max}} - V_{\text{min}}}\right)^2}} \\ &= V \frac{dP}{P} \frac{\lambda}{4\pi (V_{\text{max}} - V_{\text{min}})} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{V_{\text{max}} + V_{\text{min}}}{V_{\text{max}} - V_{\text{min}}}\right)^2}} \\ &= V \frac{dP}{P} \frac{\lambda}{4\pi \sqrt{-V_{\text{max}} V_{\text{min}}}} \quad (V_{\text{max}} V_{\text{min}} < 0) \end{aligned} \quad (3.5.9)$$

と書ける。これが Michelson 干渉計の入力変位雑音として現れるため、前節と同様に振り子の伝達関数を用いて、外乱  $x_0$  に換算できる。

レーザー光の強度雑音を実測し、干渉計出力のオフセットが 5 mV の場合について図 3.20 に変位換算した強度雑音（計算値）を示した。1 Hz における雑音レベルは  $4.3 \times 10^{-15} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  であった。

### 3.5.3 電気系の雑音

レーザーの光を消し、光検出器への光の入射を遮ることで、干渉計の電気系の雑音を測定した。光検出器から差動出力回路、フィードバックフィルター、コイルドライバを通ったあと、コイル直前に現れる電気系雑音  $V_n$  をスペクトルアナライザで測定した。これをそれらの伝達関数で割ることにより、Michelson 干渉計の入力雑音に換算した後、振り子の伝達関数を用いて式 (3.5.2) から外乱相当に換算した。その結果を図 3.20 に示した。1 Hz における雑音レベルは  $3.8 \times 10^{-14} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  であった。

### 3.5.4 Michelson 干渉計の雑音

前節まででは、干渉計の雑音となる個々の要因について考えたが、実際には光学素子の振動や温度変化などの影響によりその感度が制限されている恐れがある。これを確かめるために、実際に干渉計を組んだ状態で生じる雑音の測定を行った。

折り畳み振り子を固定し、自由鏡を固定鏡と同様に光学台に固定する事で干渉計の雑音を測定することができる。折り畳み振り子の外枠にはその並進方向の動きを制限するネジが取り付けられており、それを試験質量部分に締め付けることで、固定する事が可能になっている。しかしながら、折り畳み振り子のヒンジは大変細く ( $\sim 40 \mu\text{m}$ )、ネジの締め付けによる破損の恐れがあったため十分強く固定することができなかつた。実際にそのネジを使用してある程度固定した状態で測定してみたが、自由鏡の揺れの影響が大きく現れてしまった。

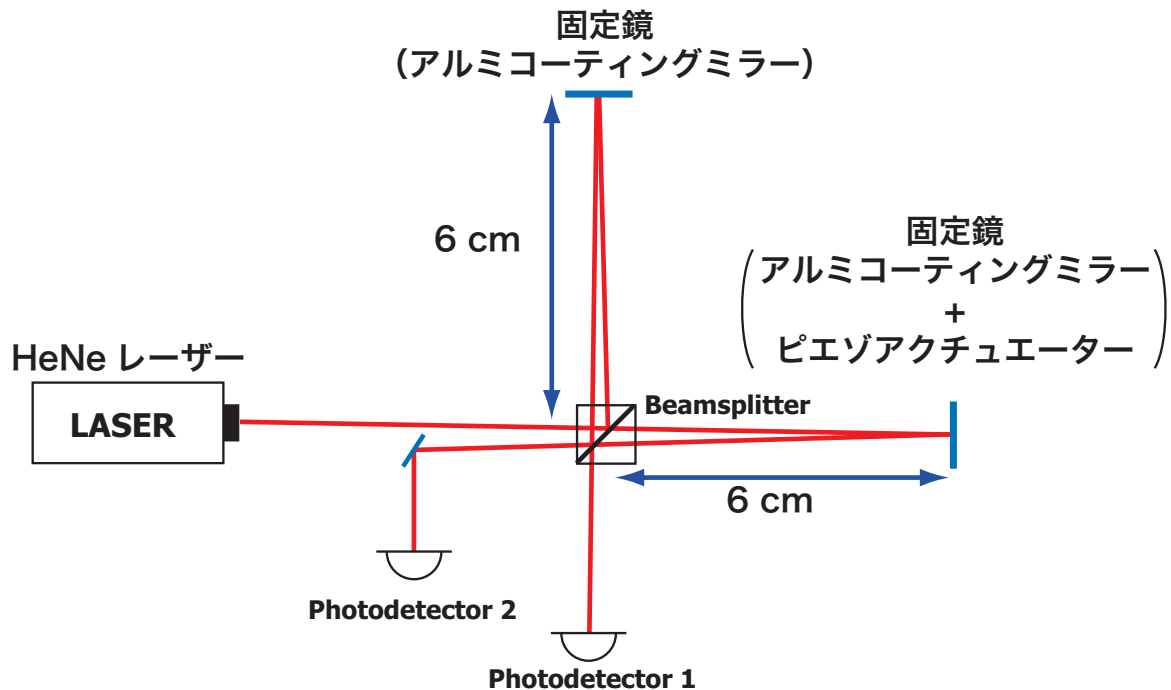


図 3.18 固定鏡による Michelson 干渉計

そこで、一度折り畳み振り子の自由鏡を、ミラーマウントにしっかりと固定された固定鏡に取り替えて実験を行った。

実際の実験では固定鏡 2 つによって干渉計を構成しても、台の振動の各素子への影響や温度変化の影響のために干渉縞が動いてしまうため、制御が必要である。もう一方の固定鏡に piezo 素子を取り付け、干渉計の出力をこの piezo 素子にフィードバックすることで固定鏡の位置を制御した。piezo 素子は素子の両端に電圧を加えると、電圧の大きさに比例して、素子の長さが変化する（この効果は逆圧電効果と呼ばれる）。制御のためのフィードバックフィルターには SR560 型ローノイズ電圧前置増幅器を用いた。このようにして得られた出力  $V_E$  をフィルターによって補正する事で干渉計で生じる雑音を得ることができる。この雑音にはレーザーの周波数雑音や、光学素子の振動、温度変化などの影響も含まれてしまうため、干渉計の雑音の上限を与えるものである。

測定は図 3.19 の様に測定を行った。このとき、制御のエラーシグナル  $V_{err}$  は

$$\begin{aligned} (x_n - FAV_{err})H &= V_{err} \\ \therefore x_n &= \frac{1 + G_{MI}}{H} V_{err} \end{aligned} \quad (3.5.10)$$

ここで  $x_n$  は入力換算した干渉計の雑音であり、 $G_{MI}$  は今回の制御のオープンループ伝達関数である。よって、制御のオープンループ伝達関数を測定することで、制御のエラーシグナルから干渉計の入力換算雑音を求めることができる。

干渉計の入力換算雑音が求まると、それを折り畳み振り子を自由鏡とした加速度計構成の干渉計での制御のブロックダイアグラムから、その雑音を外乱相当の値に換算することができる。式 (3.5.2) を用いて、外乱換算での雑音を計算し、図 3.20 に示した。

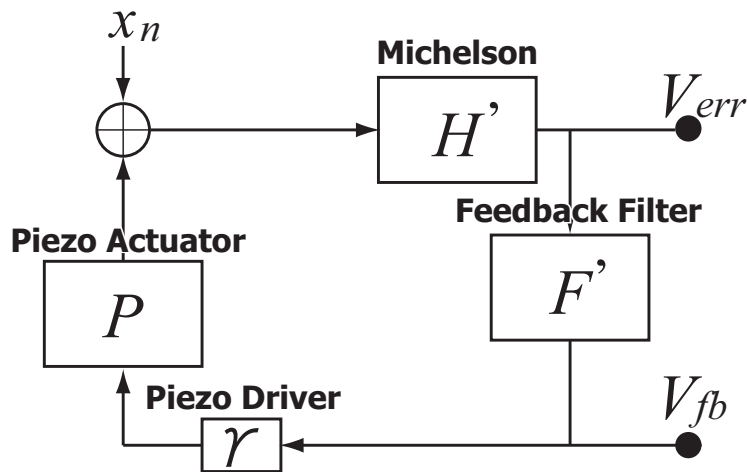


図 3.19 Michelson 干渉計の雑音の測定

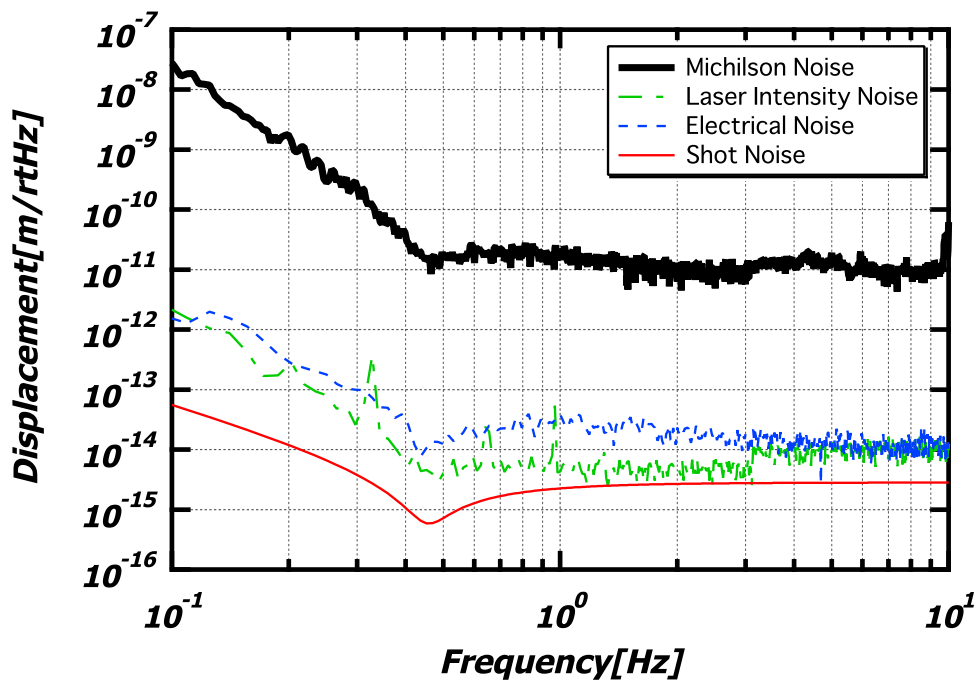


図 3.20 各雑音の外乱振動変位換算

### 3.6 この章の結論

折り畳み振り子と Michelson 干渉計を用いたサーボ型加速度計を設計、製作した。固定鏡を用いた干渉計の雑音の測定から、これらの要素を組み合わせ加速度計を構成した際には、1 Hz 付近において

$$1.8 \times 10^{-11} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

の雑音レベルであることが見積もられた。

これは、レーザーの散乱雑音のレベルよりも大きく、実際に干渉計を用いた加速度計の感度を制限

しているものはそれ以外の雑音である。感度を制限している雑音を特定することにより、更なる感度の向上を試みることができる。考慮すべき事項としては

- 光学素子間の固定を強めるために BS と固定鏡をモノリシックなものに取り替える。
- レーザーの周波数雑音を測定し、必要があれば更なる周波数安定化を試みる。

などが挙げられる。

## 第 4 章

# 加速度計の雑音評価

### 4.1 加速度計評価の方法

ここまでの章で、加速度計の設計、製作を行い、その感度較性と雑音測定から、加速度計を構成した際の感度の見積もりを行った。次のステップとして、現実の加速度計が設計通りの感度を有しているかどうかということを確認なくてはならない。

加速度計の感度限界、つまり雑音レベルを測定するためには加速度計内部の振り子以外の基準となる慣性系に静止した質量が必要である。現実として慣性系に静止した質量を準備することは難しいが、ひとつの方法として、低地面振動環境で測定を行う方法がある。この場合、その場所の地面振動をその他の測定器で測定できていれば、加速度計の雑音レベル（もしくはその上限値）を得ることができる。

もうひとつの方法として、制御により低振動環境を作り出す方法がある。加速度計は慣性系に対する振動を測定することができるので、その信号を使った制御により加速度計を固定した台を除振することができる。制御ゲインを大きくしていくと台の振動は加速度計の雑音レベルでまで除振されるので、これをその他の加速度計で測定することで評価できる。

今回の実験では後者により加速度計の評価を行った。製作した加速度計により台を制御し、別途加速度計を準備し、その評価を行った。

#### 4.1.1 評価の流れ

制御が設計通りに行われている場合、制御信号のもととなる計測器のエラーシグナルのスペクトルは非制御時の出力に対して、 $\frac{1}{1+G}$  に低減される。ここで  $G$  はその制御のオープンループゲインである。制御時のエラーシグナルを測定し、実際にこのような低減がみられるかどうかを判断することにより、サーボが機能しているかどうかを評価することができる。このような評価を、フィードバックループの内側での評価であることことから、in loop 評価と呼ぶ。しかしながら、in loop 評価だけでは加速度計の雑音も制御の外乱抑制性能により低減されてしまうため加速度計の雑音レベルを評価することができない。

in loop 評価により制御が機能をしていることを確認した後、フィードバックループの外側にある計測器を用いた評価が必要である。制御が設計通りに動作している場合、評価計測器の出力のスペク

トルも非制御時に対して  $\frac{1}{1+G}$  に低減されるはずである。実際にこのような低減がみられるかどうかをフィードバックループの外側の計測器を用いて行う評価を out of loop 評価と呼ぶ。

out of loop 評価において、ゲインから計算された通りのスペクトルの低減がみられた場合、制御に用いた加速度計及び評価に用いた計測器の 2 つの雑音レベルはそのスペクトルよりも小さく、雑音の上限値を得ることができる。

out of loop 評価において、ゲインから計算された通りのスペクトルの低減とならず、どこかでスペクトルが制限された場合、加速度計もしくは評価計測器のどちらかの雑音レベルがそのレベルにあると推定できる。これは複数の評価計測器を用いることで区別することが可能である。

実際の測定では、折り畳み振り子を使用した加速度計により制御を試み、単振り子加速度計、圧電型加速度計の 2 台を使用して out of loop 評価の測定を行った。

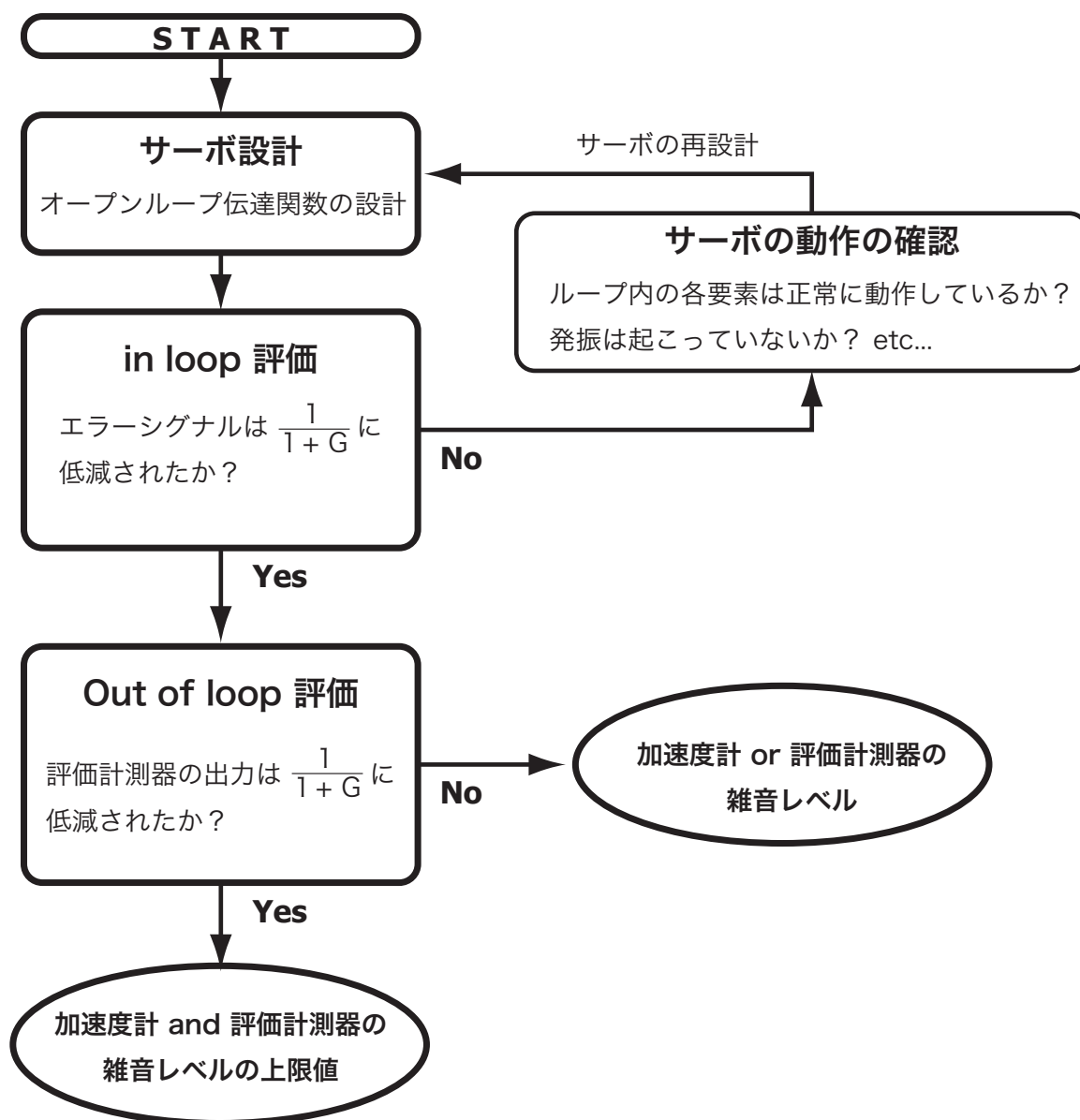


図 4.1 加速度計の雑音レベル評価の方法

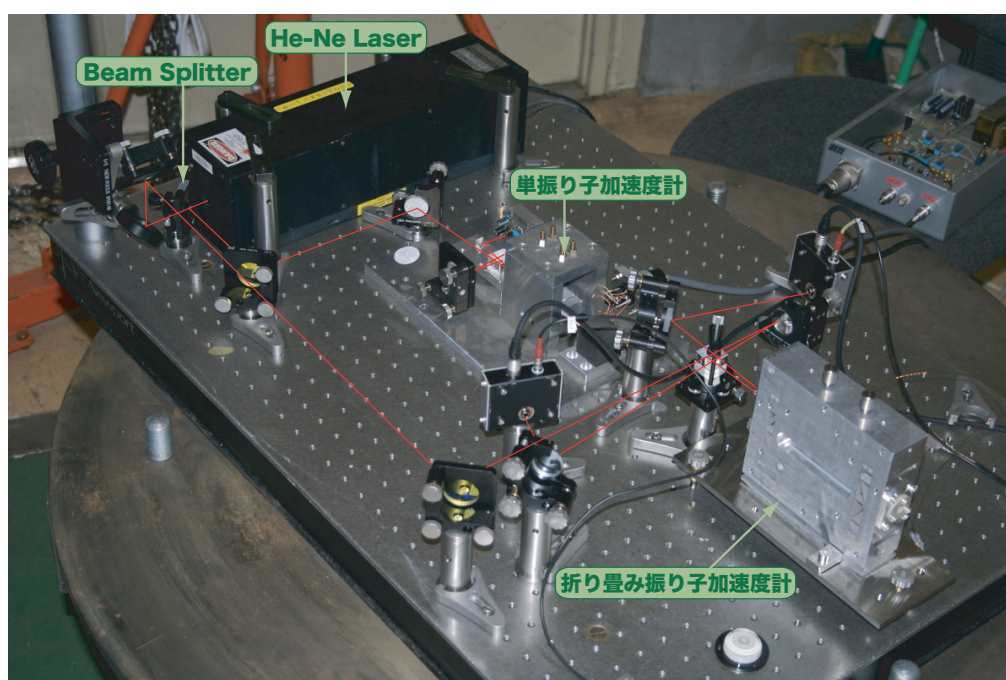


図 4.2 除振台の上に設置された二台の干渉計

## 4.2 除振台制御

前節で述べたとおり、制御により低振動環境を作り出す実験を行う。加速度計は慣性系に対する振動を測定することができるので、その信号を使った制御により加速度計を固定した台を除振することができる。ここでは、その除振台制御について述べる。

3章で行ったサーボ型加速度計の制御設計と同様に除振台制御には、アクチュエーター特性、センサー特性からサーボフィルタの設計を行う必要がある。センサーは今回製作した折り畳み振り子を使用した加速度計であるのでその特性は3章で述べた通りである。以下では、除振台アクチュエーター特性評価、除振台制御のサーボフィルタ設計、オープンループ測定を行う。

### 4.2.1 除振台の特性

今回の制御に用いた台は3本の足で支えられており、この台の天板の上に加速度計を設置した。台に取り付けられた加振機に加速度計の信号をフィードバックすることで、台の振動を制御・除振する。

制御は並進1軸方向のみで行い、台の上の並進以外の揺れからのカップリングの影響を最小限に抑えるため、加速度計及び、加振機は同1直線上に並ぶように配置した。

加振機は図 4.4 のように台にマウントした。加振機を台の下段に組んだやぐらの上にとしっかりと固定し、天板の底にある金具と加振機のヘッド（可動部分）を接着剤により結合した。加振機に正弦波信号を注入しゆっくりと加振したところ、十分滑らかに加振されていることを確認した。その最大変位はおよそ 20 mm であった。その後、重りなどにより台の固有振動モードを調整を行った。

付録 A.2.2 にあるように加振器から台の上の加速度までの伝達関数を測定した結果、図 4.5 のよう

な加振特性が得られた。

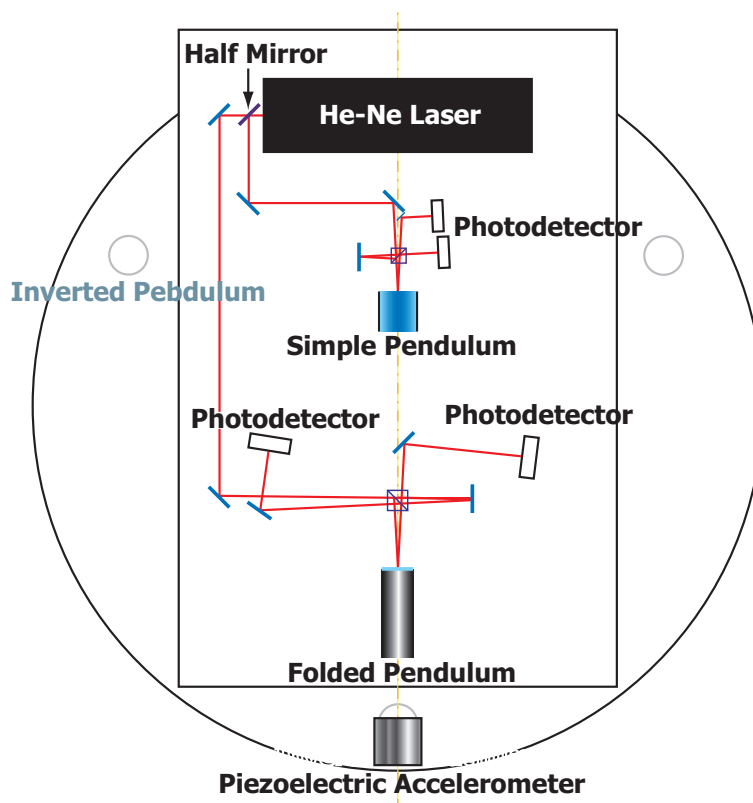


図 4.3 制御実験のための加速度計セットアップ (Top view)

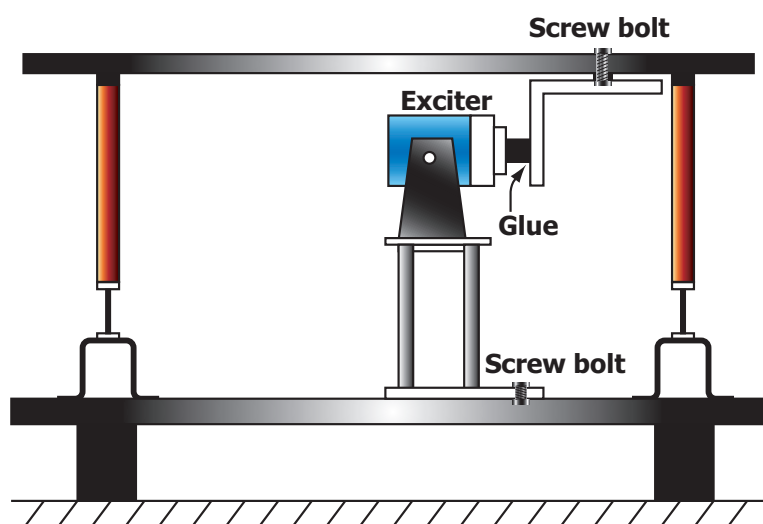


図 4.4 台と加振機のマウント

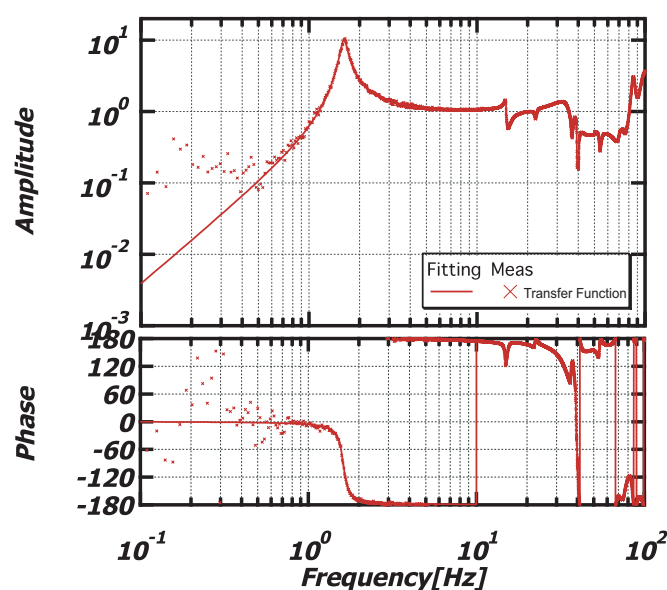


図 4.5 除振台の加振特性

### 4.2.2 除振台制御のサーボ設計

前節で得られた加振特性をもとに台の制御サーボの設計を行った。今回の制御の目的は加速度計の雑音レベルを明らかにすることであり、そのための制御には十分なフィードバックゲインを得ることが重要である。

しかしながら、加速度計は原理的に DC において感度を持たないために、DC でのフィードバックを行うことができない。また、前節で得られた加振特性に注目すると 12 Hz 付近に寄生共振が見られ、ここにおいて位相が大きく遅れている。このために UGF をこの寄生共振の共振周波数よりも低い周波数に設定せざるを得ず、また、安定な制御を設計するためにはそこでの位相余有、ならびにゲイン余有が十分に必要である。

これらの事を考慮し、図 4.6 のようなサーボフィルターを設計した。このサーボフィルターでは 5 Hz から 106Hz までにラグリード・フィルターを用いることで、位相補償を行っている。

フィルターの入力に多重正弦波を注入し、入力から出力までの伝達関数を測定した。その結果、設計通りにフィルターが動作している事を確認した。

### 4.2.3 除振台制御のオープンループ伝達関数

前節で製作されたサーボフィルターを実装し、制御を試みた。サーボフィルターのゲインをゆっくりと上げていったところ、40 Hz あたりでの振幅の成長が見られたため、その発振の予兆が現れる手前を制御ゲインと定めた。

この状態で設計通りの制御ゲインが得られているかどうかを確認するため、3.4.4 節と同様の方法により、オープンループ伝達関数を測定した。

その結果を計算値とともに、図 4.7 に示した。計算値の絶対値は測定の Coherence の良い 5 Hz か

ら 10 Hz の実測値と重なるよう定めた。ピークでは測定が上手く行えていないが計算値から、フィードバックゲイン 100 を得ることができていることが確認された。制御の UGF は 130 mHz と 8.6 Hz であった。それぞれの UGF における位相余裕はそれぞれ 46 度、60 度であった。この状態で制御は非常に安定に動作しており、数時間の測定の間に制御が落ちることは確認されなかった。この制御の安定性については付録 B で議論している。

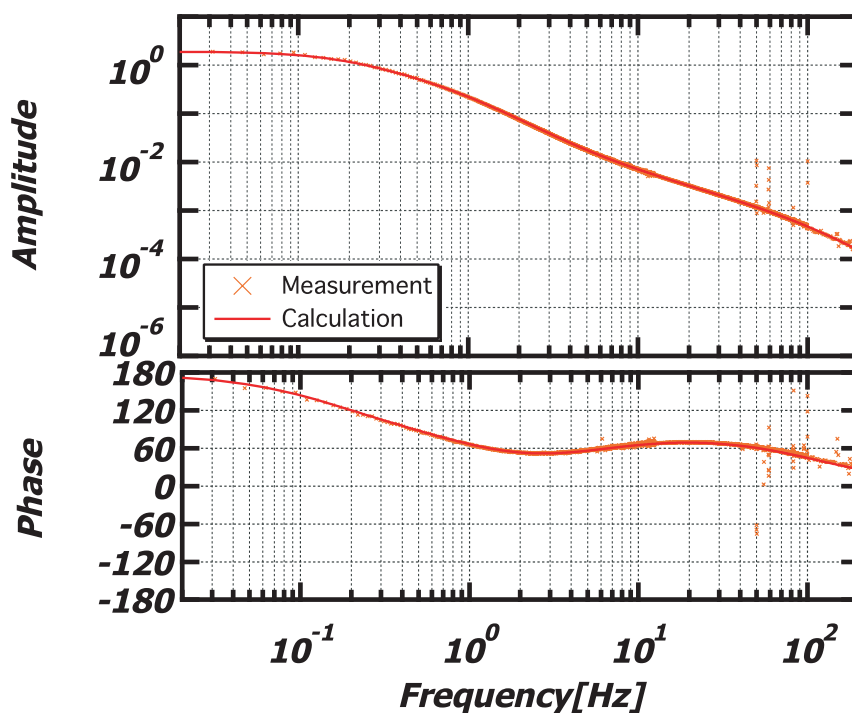


図 4.6 除振台制御のフィードバックフィルター：赤が計算値、茶色が実測値。

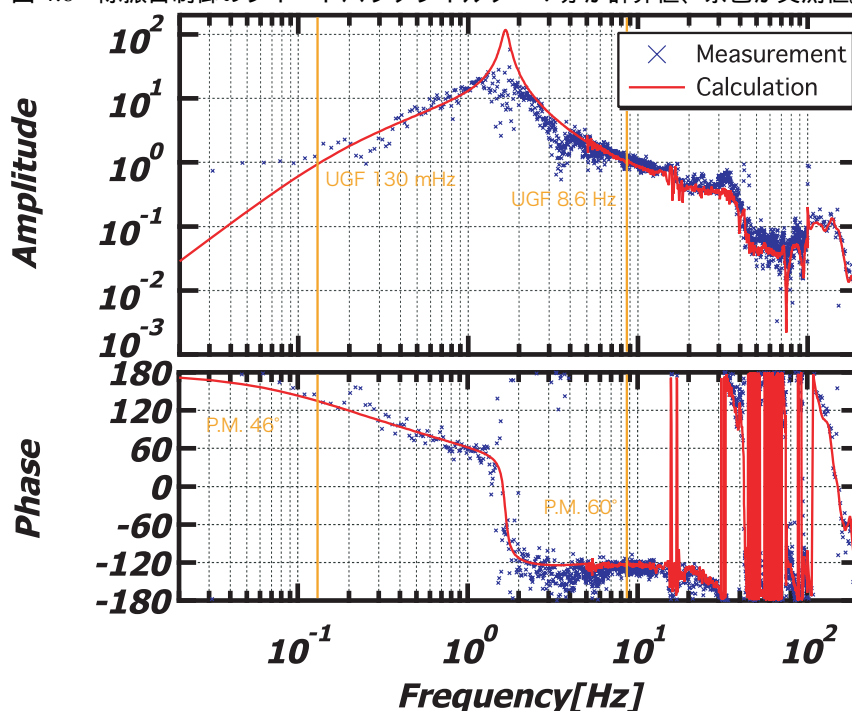


図 4.7 制御のオープンループ伝達関数

## 4.3 in loop 評価

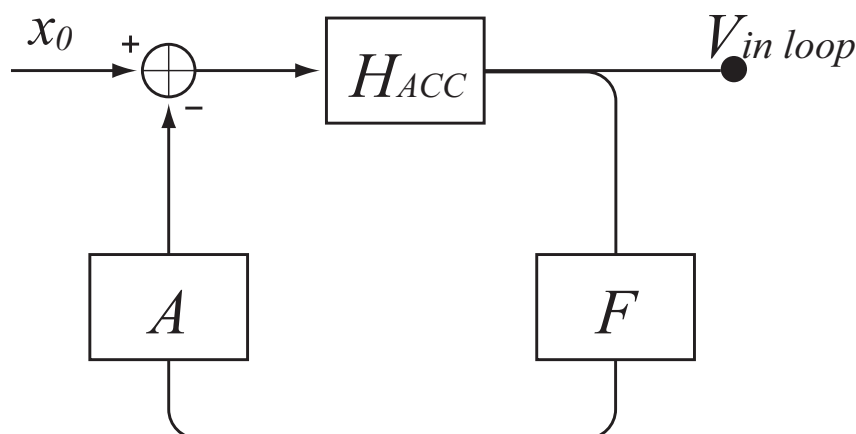


図 4.8 in loop 評価の方法

前節までで構築した制御により除振台制御を行い、まずその in loop 評価を行った。制御時の加速度計のエラーシグナルをスペクトルアナライザで測定した。図 4.9 にそのときの信号を台の天板の振動に較正したグラフを示す。

その結果、制御時のスペクトルは非制御時のそれに対し、 $\frac{1}{1+G}$  だけ低減し、オープンループゲインから計算されたスペクトルと一致した。このことは制御が安定に機能していることを示している。しかし、前述したように加速度計のセンサー雑音も同様に  $\frac{1}{1+G}$  に低減されていると考えられるため、この情報だけでは加速度計の感度を見積もることができない。そこで次に out of loop 評価による制御の評価を行う。

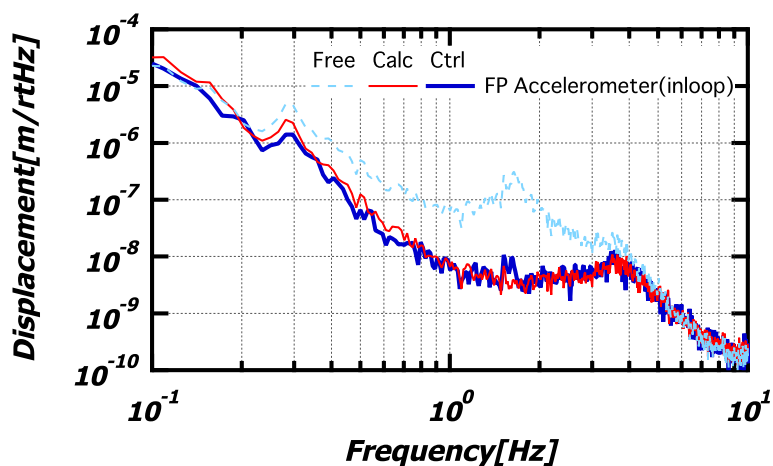


図 4.9 制御時における除振台の振動スペクトル (in loop 評価)

## 4.4 out of loop 評価

図 4.3 のように、3 つの加速度計を配置し、out of loop 評価のための実験をおこなった。実験の結果をオープンループ伝達関数から推定されるスペクトルと共に、図 4.11、図 4.12 に示した。

まず、圧電型加速度計による out of loop 評価に注目すると、実測された制御時スペクトルは 400 mHz から 2 Hz の周波数帯域において雑音により制限されている。このことは折り畳み振り子加速度計もしくは圧電型加速度計の雑音レベルがこのレベルに存在すると考えられる。これがどちらの雑音に起因するものかを区別するためには、もうひとつの評価加速度計の結果に注目すれば良い。

単振り子加速度計による out of loop 評価に注目すると、実測された制御時スペクトルは理論値に一致している。これは制御が設計通りに動作していることを示唆しており、2 つの加速度計の雑音レベルは少なくとも、このスペクトルよりも小さいことと判断できる。このことから、2 つの加速度計の雑音レベルの上限値は

$$8 \times 10^{-9} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

であると見積ることができる。

すると図 4.11 での雑音は折り畳み振り子加速度計の上限値より大きいため、圧電型加速度計に起因した雑音だと判断できる。圧電型加速度計の雑音レベルがこのスペクトルを制限しているとの考察から、圧電型加速度計の雑音レベルは

$$20 \times 10^{-9} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

であると見積もることができる。この値は使用した圧電型加速度計の仕様書に記載されている感度限界に一致している。

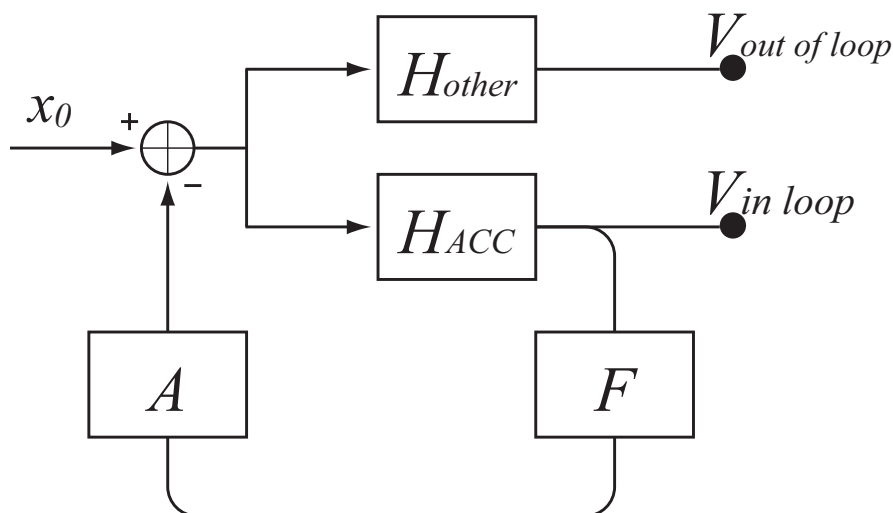


図 4.10 out of loop 評価の方法

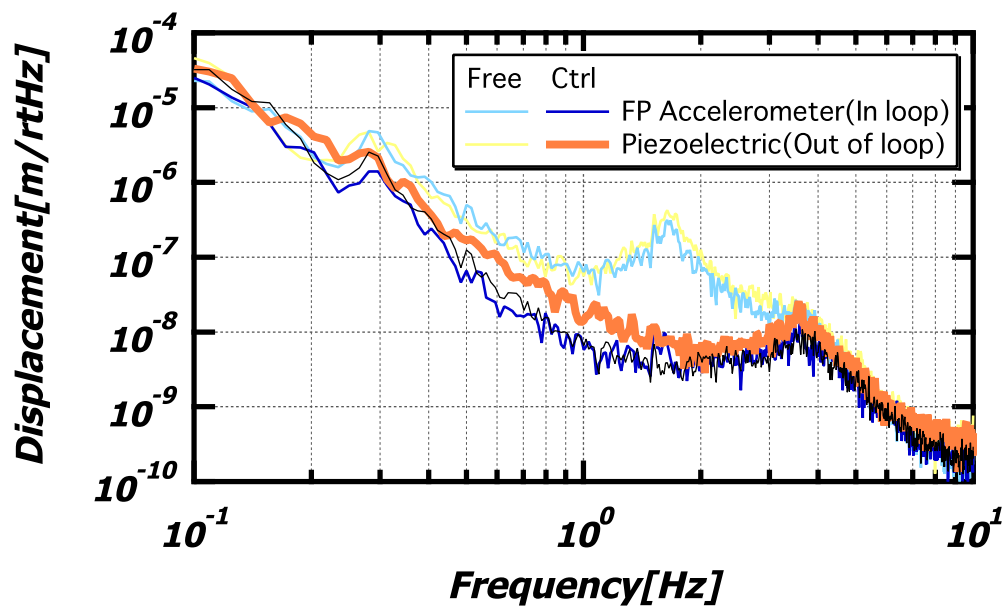


図 4.11 圧電型加速度計による out of loop 評価：グラフ黒がオープンループゲインから推定された計算値

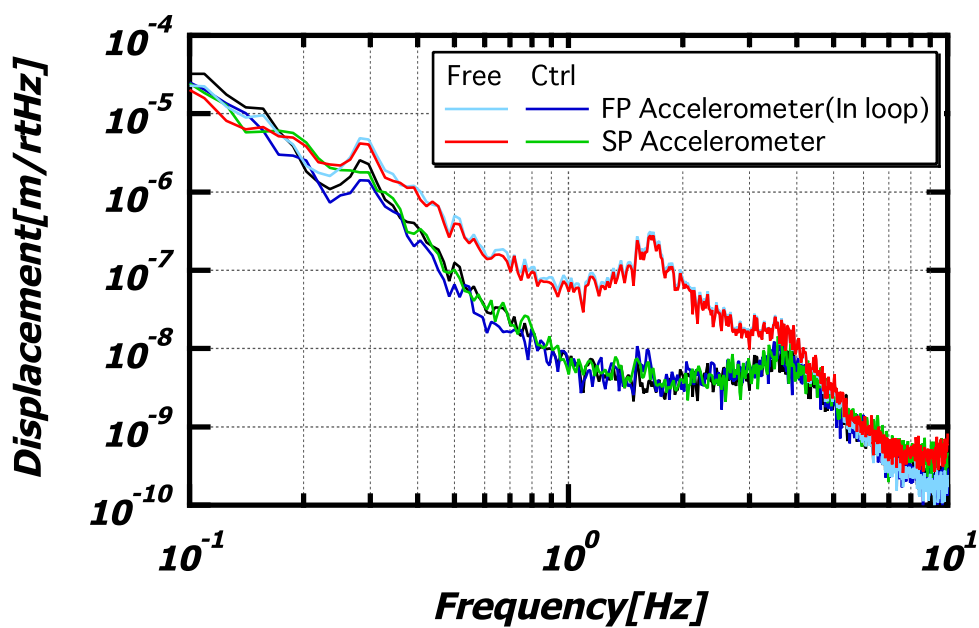


図 4.12 単振り子加速度計による out of loop 評価：グラフ黒がオープンループゲインから推定された計算値

## 4.5 雑音抽出実験

除振台制御の実験により制御によって確かに除振台の振動レベルがオープンループゲインから推定されるレベルまで低減され、それにより、圧電型加速度計の感度を見積もることができた。その一方で、折り畳み振り子加速度計及び単振り子加速度計の感度限界はまだ測定できていない。

これは制御のオープンループゲインが不足していたために雑音レベルがみえるところまで除振台の振動を低減することができなかつたことに起因する。しかしながら、オープンループゲインを現在の値よりも大きく得ようとすると位相余有、ゲイン余有が小さくなってしまい、そのような制御を安定に動作させることはできなかつた。

そこで、折り畳み振り子加速度計と単振り子加速度計の差動出力を取得することにより、同相の信号成分を除去することで、雑音を抽出し雑音レベルを明らかにする実験を試みた。以下で、その実験について述べる。

### 4.5.1 目的と原理

この実験の目的は 2 つの信号の差動出力を測定することで、制御後の除振台の残留振動に起因する同相成分を除去し、それらのセンサー雑音を測定することである。

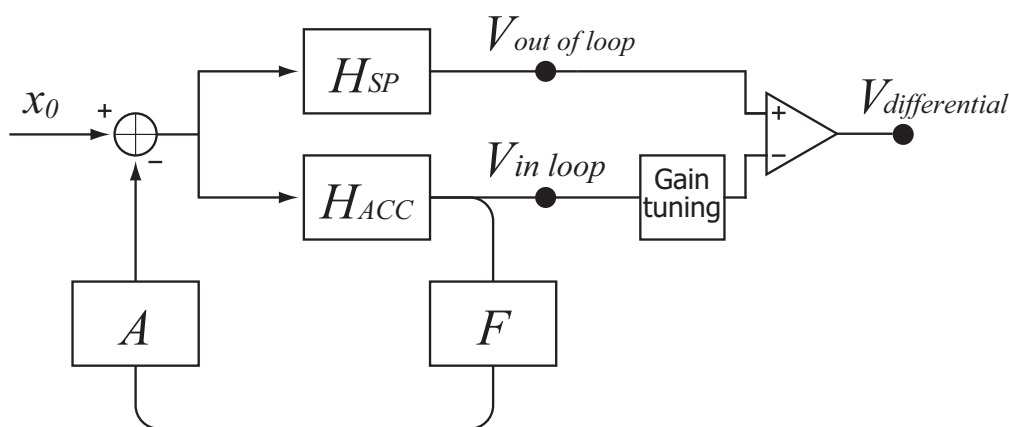


図 4.13 雑音抽出実験の方法

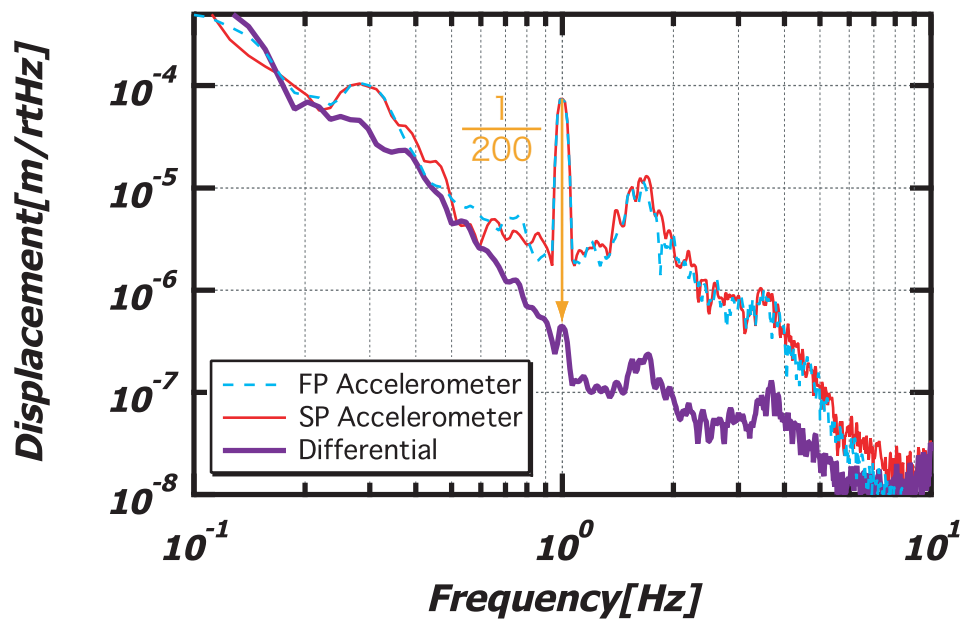


図 4.14 同相除去のためのゲインの調整：加振機を用いて除振台を 1 Hz で正弦波加振した。点線、実線がそれぞれ折り畳み振り子加速度計、単振り子加速度計の出力。太線がゲイン調整後の差動出力。

除振台の天板の上に置かれた 2 つの加速度計の出力電圧をそれぞれ  $V_{FP}$ 、 $V_{SP}$ 、その中に含まれるセンサー雑音を  $N_{FP}$ 、 $N_{SP}$  とする。チューニングによる倍率を  $\alpha$  としたとき、その差動出力  $V_{diff}$  は、

$$\begin{aligned}
 V_{diff} &= \alpha V_{FP} - V_{SP} \\
 &= \alpha(S_{FP} + N_{FP}) - (S_{SP} + N_{SP}) \\
 &= (\alpha S_{FP} - S_{SP}) + (\alpha N_{FP} - N_{SP})
 \end{aligned} \tag{4.5.1}$$

ここで  $S_{FP}$ 、 $S_{SP}$  は出力電圧の中に含まれる、除振台の残留振動を表している信号である。2 つの信号には相関があるため、チューニングによって同相除去することができ、式 (4.5.1) の第 1 項を小さくすることができる。一方、センサー雑音には相関がないため、式 (4.5.1) の第 2 項はスペクトルにおいて、その時間平均  $\langle \sqrt{\alpha^2 N_{FP}^2 + N_{SP}^2} \rangle$  の白色ノイズとして現れる。

実際のチューニングには限界があり、3 桁以上の同相除去を行うことは難しい。今回の実験では加振機を用いて除振台を 1 Hz で正弦波加振し、その時の 1 Hz における差動出力が極小となるように折り畳み振り子加速度計の出力ゲインを調整した。その結果、1 Hz において差動出力がもともとの出力に対して 200 分の 1 の大きさとなる程度まで合わせ混むことができた (図 4.14)。

#### 4.5.2 差動出力測定

まず、折り畳み振り子加速度計の信号を加振機にフィードバックし、除振台を制御した。その制御時におけるエラーシグナルと、単振り子加速度計の出力とを前節で合わせたチューニングによりゲイン調整をし、その差動出力をスペクトルアナライザを用いて測定を行った。

その結果、2 Hz から 3 Hz の帯域において 1 桁の同相除去に成功した。このことは、この帯域にお

いてチューニングで 1 桁のゲイン調整が行えていることと矛盾しない。その帯域では

$$5 \times 10^{-10} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

の振動レベルまで測定できることが確認された。チューニングを少しずつ変えながら何度も測定を行ったが、これ以上の同相除去を得られることはできなかった。

### 4.5.3 雑音抽出実験の考察

雑音抽出実験により 2 つの加速度計は  $8 \times 10^{-10} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  の振動レベルの測定ができることが確認できた。しかしながら、得られた同相除去比は最もよい周波数帯域で 1 桁、チューニングを合わせたはずの 1 Hz においては数パーセントでしかなかった。この要因はなんだろうか。その考察のための実験として、2 つの加速度計の出力の相関をみる実験を以下の様に行った。

除振台の上に折り畳み振り子、単振り子の 2 つの加速度計を同一直線上に配置した。除振台を加振機を使って多重正弦波加振し、そのときの 2 つの加速度計の周波数応答をスペクトルアナライザを使って測定した。測定には前節での実験と同じ差動出力回路を使い、その引き算をする直前の 2 つの電圧をモニターし、出力電圧とした。

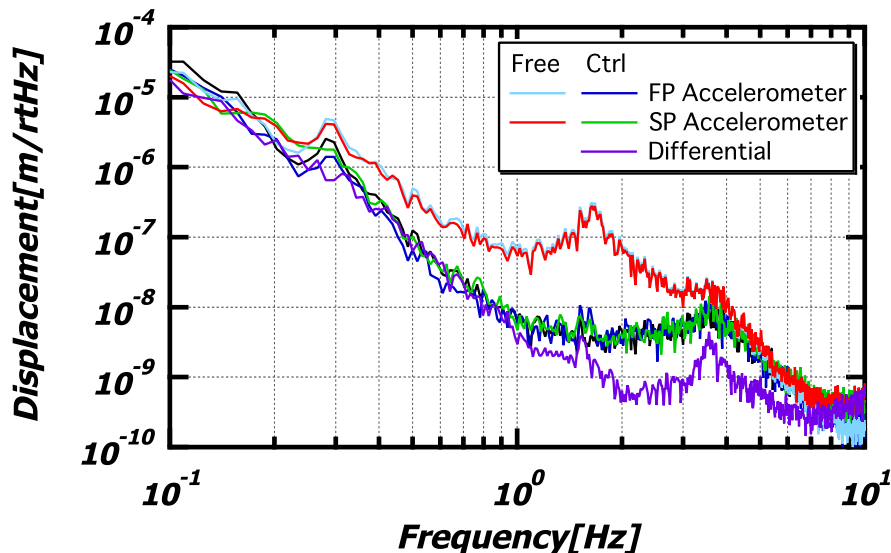


図 4.15 同相除去された除振台の制御時振動スペクトル

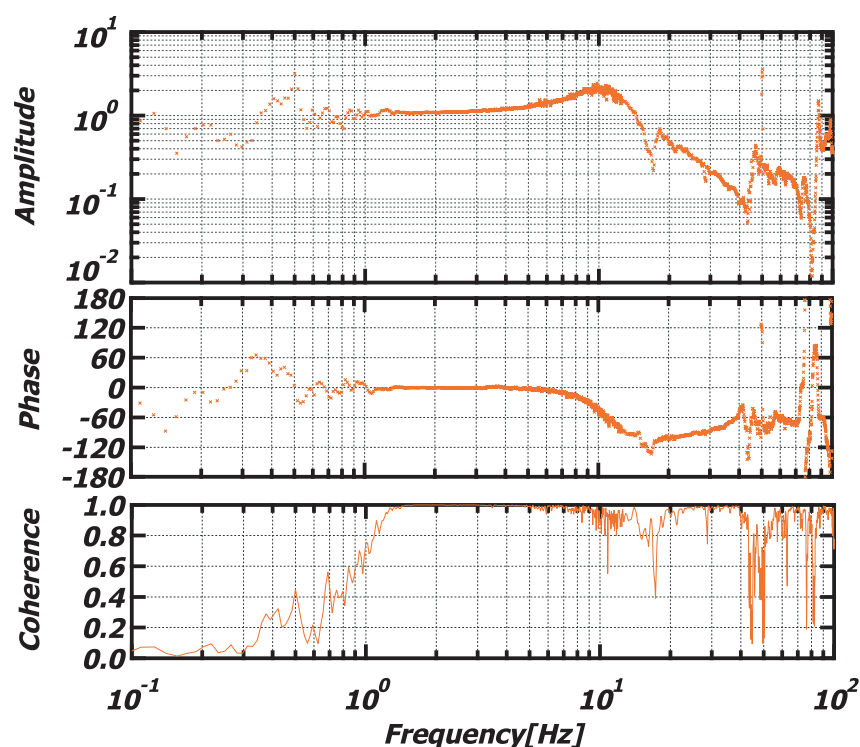


図 4.16 2つの加速度計出力の相関

その結果を図 4.16 に示す。1.2 Hz から 5 Hz までは 2 つの信号の周波数応答は Coherence がよく、ほぼ同相の信号を出力していることが分かる。しかしながら、1 Hz よりも低周波側では周波数応答の Coherence が急激に悪化しており、2 つの加速度計は異なる信号を出力していると思われる。その原因としては、2 つの加速度計の除振台上での配置の差により、並進以外の方向からの振動の影響が異なることや、そもそも折り畳み振り子と単振り子では並進以外の振動からのカップリング率が異なることなどが考えられる。これを改善する方法として 2 つの加速度計の間の距離を縮めることや、垂直方向の制御を合わせて行うなどが考えられ、試みる価値がある。

## 4.6 この章の結論

制御実験と同相除去実験を行い、折り畳み振り子加速度計の感度を評価することを試みた。その結果、

- 圧電型加速度計の雑音レベルは  $2 \times 10^{-8} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  である
- 折り畳み振り子加速度計、単振り子加速度計の 2 つの加速度計の雑音レベルの上限値は  $5 \times 10^{-10} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  である

の 2 つのことが分かった。折り畳み振り子加速度計、単振り子加速度計の 2 つの加速度計の感度限界はこれよりも小さく、依然として実測できていない。加速度計の感度限界を知ることは実際の防振装置での制御系を構築する際の有益な情報となる。加速度計の雑音レベルを直接測定するための実験として、

- デジタルフィルタを用いることで、より複雑なフィードバックフィルタを構築し、寄生共振などで制限されていた UGF を高周波側に移行させるとともに、より大きな制御ゲインを得、除振台の振動をより静かなレベルまで低減させる。
- 実験をより地面振動レベルの静かな場所で行う。
- 同等の折り畳み振り子を 2 台製作し、その間の相関をとることで同相除去比を向上させる。

などの発展が考えられる。

## 第 5 章

# まとめ

将来のレーザー干渉計型重力波検出器の防振装置における能動制御にむけての高感度加速度計として、折り畳み振り子と Michelson 干渉計を用いたサーボ型加速度計を製作し、その性能の評価を行った。

レーザー干渉計型重力波の感度限界は低周波では地面振動によって制限されているため、防振系の改善はそのまま検出器の感度向上につながる。低周波における感度を高めることで、重力波検出器によって臨める宇宙の領域が広がり、結果、年間に検出できるイベント数が増大する。これは「重力波の初めての直接検出」の向こう側に広がる「重力波天文学の創成」において、大変重要である。

現在、将来の検出器でその導入が計画されている多段防振系には数多くの固有モードがあり、この共振周波数での能動制御が不可欠であった。能動制御により多段防振系は安定に動作することが可能であり、防振系が安定することで干渉計が安定に動作し、観測時間の向上につながる。また残留振動を抑圧することで、その防振系の防振比を高めることも期待できる。

特に加速度計はその原理において慣性系に対する振動を検出できるため、防振系の能動制御における加速度計の役割は大きい。

その意味で折り畳み振り子と Michelson 干渉計により構成された加速度計の性能を評価することは、これから防振装置の制御系を設計するにあたり、必須な事項であった。

今回行った除振台制御により、加速度計の雑音レベルを測定し、数 Hz の帯域において上限値として

$$5 \times 10^{-10} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$$

を得た。この雑音レベルは神岡の地面振動レベルと同程度であり、目標とした性能を有することが確認された。

また、干渉計の雑音の測定から加速度計の感度限界の上限値は  $1.8 \times 10^{-11} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$  であると見積もることができた。しかし、その雑音レベルを実際に測定するに至らなかったため、依然この加速度計の感度限界はわからないままである。加速度計の感度限界が測定されると防振装置での制御を設計する際に有益な情報となるので、今後、4.6 節で述べたような追実験を行う価値が有る。

今回製作した試作機は多少大掛かりな Michelson 干渉計を構築したため、そのまま実際の懸架装置での振動検出器として使用するにはサイズが大きい。今後、光ファイバーを用いた干渉計に取り替えるなどの改良を行うことによりその小型化をすすめる必要がある。そして実際の防振系に導入し、そ

の性能を評価する必要がある。

## 付録 A

# 実験に用いた装置

### A.1 加振機

加振機は入力電圧をパワーアンプで増幅しコイルを駆動して振動を発生させる。使用したミットヨ MES351 動電式振動試験機 [32] は最大で 49N の力で加振することができる。その最大変位は 7 mm<sub>p-p</sub> である。正弦波を注入し、除振台を加振したところ、十分な加振力をもつことが確認された。

### A.2 除振台

除振台は三角対称に配置された長さ約 40 cm の 3 本の足によって支持されている。それぞれの足の根元はフレックスジョイントとなっており、傾き角に比例した復元力を持つバネの効果をもっている。傾きによる台の並進方向の最大変位はおおよそ 20 mm 程度であった。

台に制御に不都合な固有振動モードが有る場合、その制御が難しくなるため、重りを載せるなどによりその機械的な特性の改善が必要である。機械的特性の改善にはまず、それぞれの固有振動モードでどの部分が大きく振動するのかを確認するのがよい。加振機に適切な周波数の正弦波信号を注入し加振し、その際の天板上の振動を圧電型加速度計で確認するとともに、各部分を手で直接触るなどしてその振動を確認した。

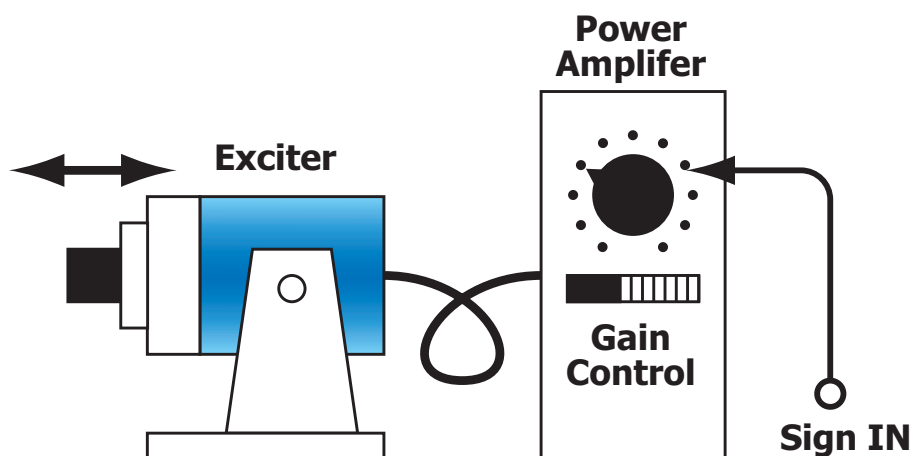


図 A.1 加振機の構造

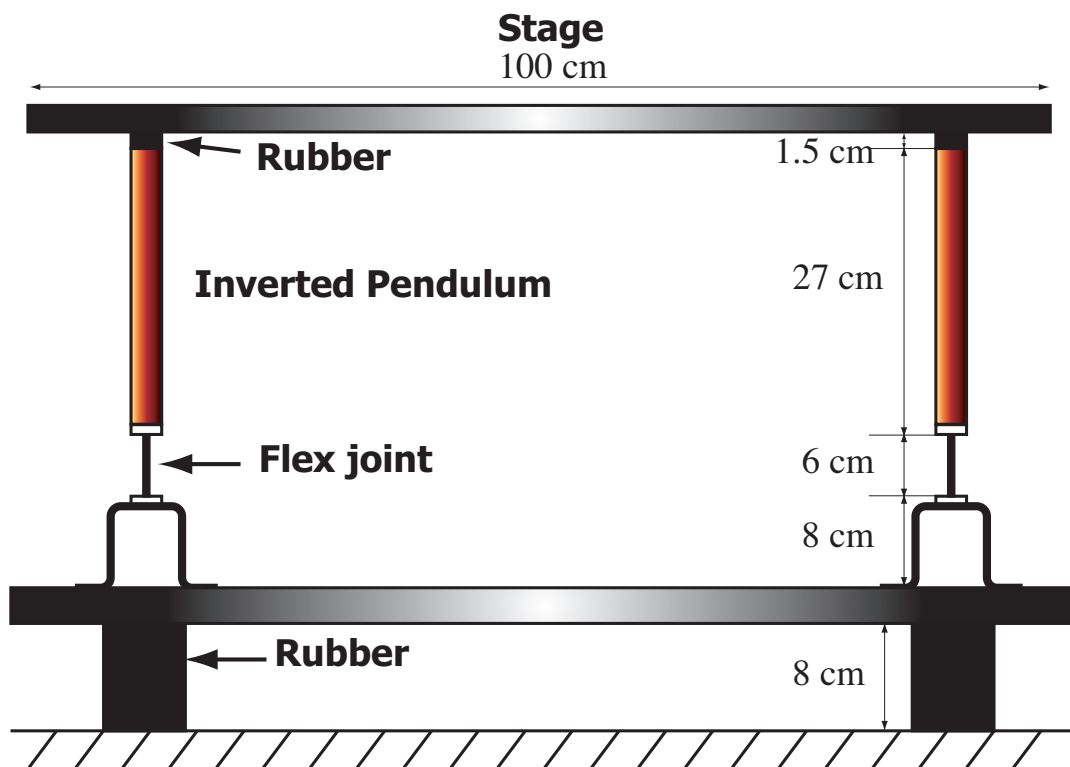


図 A.2 除振台の構造

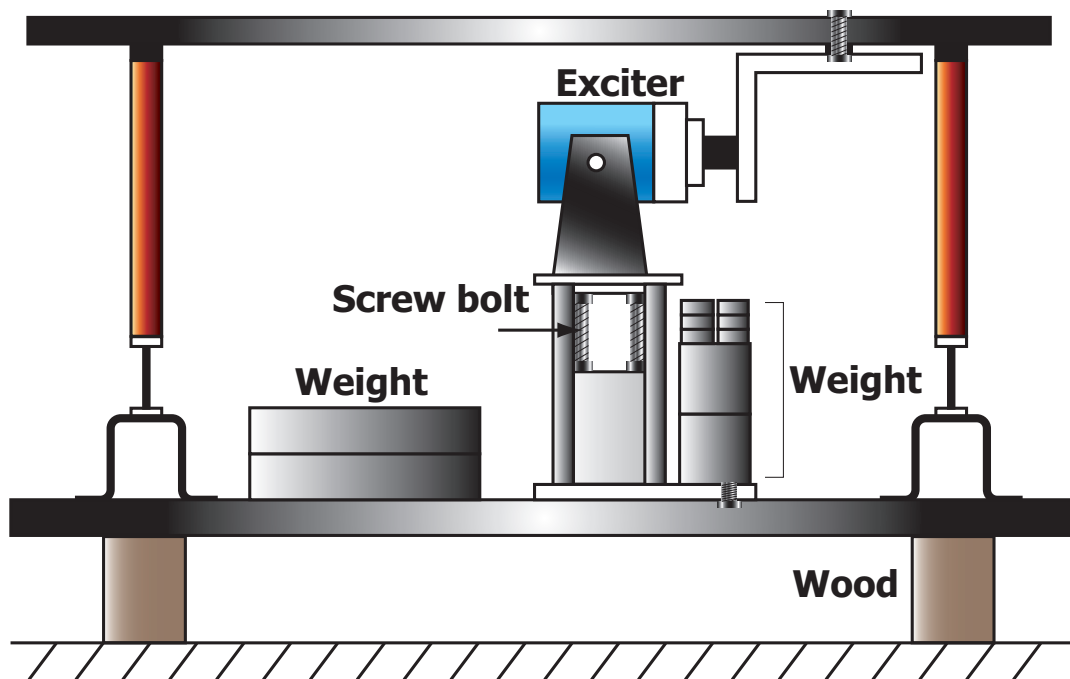


図 A.3 除振台の調整

### A.2.1 除振台の調整

初め、除振台の下板は高さ 14 cm 立方の固いゴム 3 つを足にして載せられていたが、下板に  $\sim 10$  Hz のゴムの共振がみられたために比較的固い木材の足に変更した。またその Q 値を下げるために、下板に荷重 30 kg の重り 2 つを載せた。

加振機を設置しているやぐらの台には  $\sim 40$  Hz の共振が確認されたため、アルミブロックをやぐらの中空部分にはめ込み、M26 のネジを使って突っ張ることで固定を強化した。

やぐらと下板との間の固定がネジ一本で行われていたために、固定のばたつきと思われる振動が確認された。これを解消するためにやぐらの固定板に 20 kg 程の重りを載せ、固定を強化した。

また、配線なども機械特性に影響を与える。除振台の上に設置された加速度計からの配線は地面との間のバネの役割を果たし、地面振動を導入する恐れがある。機器から伸びた配線は一度除振台の上でフォークと呼ばれる光学素子で固定したのち、制御方向とは垂直の方向から地面へと伸ばした。

### A.2.2 伝達関数測定

伝達関数の測定には大きく 2 つの方法があり、ひとつは正弦波で振動を与える方法である。この場合、スペクトルアナライザから加振機へ測定を行う周波数の正弦波信号を注入し、除振台の上に設置された加速度計の出力と注入信号とのクロススペクトラムにより伝達関数を測定する。そして、その周波数における伝達関数を測定し終わると次の周波数へと移る。この測定方法は最も S/N の良い測定を行うことができるが、特に低周波の測定では長い時間がかかる。

もうひとつの方法は、測定を行う全ての周波数の正弦波の重ね合わせの波形により加振を行う方法である。この方法は比較的短い時間での測定が可能である。

固有振動モードからの様々な寄生共振がみられる 10 Hz 以上の帯域に関して、その共振周波数や Q 値を詳しく知る必要があったため、S/N の良い測定が可能である正弦波加振により測定を行った。10 Hz 以下の帯域では多重正弦波加振により測定を行った。

その測定の結果を図 A.4 に示す。フィッティングにより最低次の固有振動モードである倒立振り子の並進方向の共振の共振周波数と Q 値を求めた。1 Hz 以下は測定で十分な S/N が得られなかったために、共振周波数及び Q 値から推定した。その際に、加振機は除振台の最低次の共振までは変位にしてフラットな振動を与え、それを加速度計は加速度で検出するために周波数の自乗に比例した信号を出力する、という考察を基に推定を行った。

## A.3 圧電型加速度計

水晶の単結晶やチタン酸バリウムなど一部の物質は、力を受けると分極を生じる。これは結晶の非対称性などにより、中の正の電荷分布の中心と負の電荷分布の中心が一致しないために起こる分極でこのような分極を自発分極と呼び、この効果を圧電効果 [33] と呼ぶ。

圧電型加速度計では圧電効果を生ずる圧電素子がセンサー内部にしこまれた重りのバネとして用いられている。重りの慣性力により圧電素子が圧縮もしくは変形されると、その力に比例した電荷が生じる。この電荷による電場を素子の両端に現れる電圧として検出する事で、素子にかかる力 (= 加

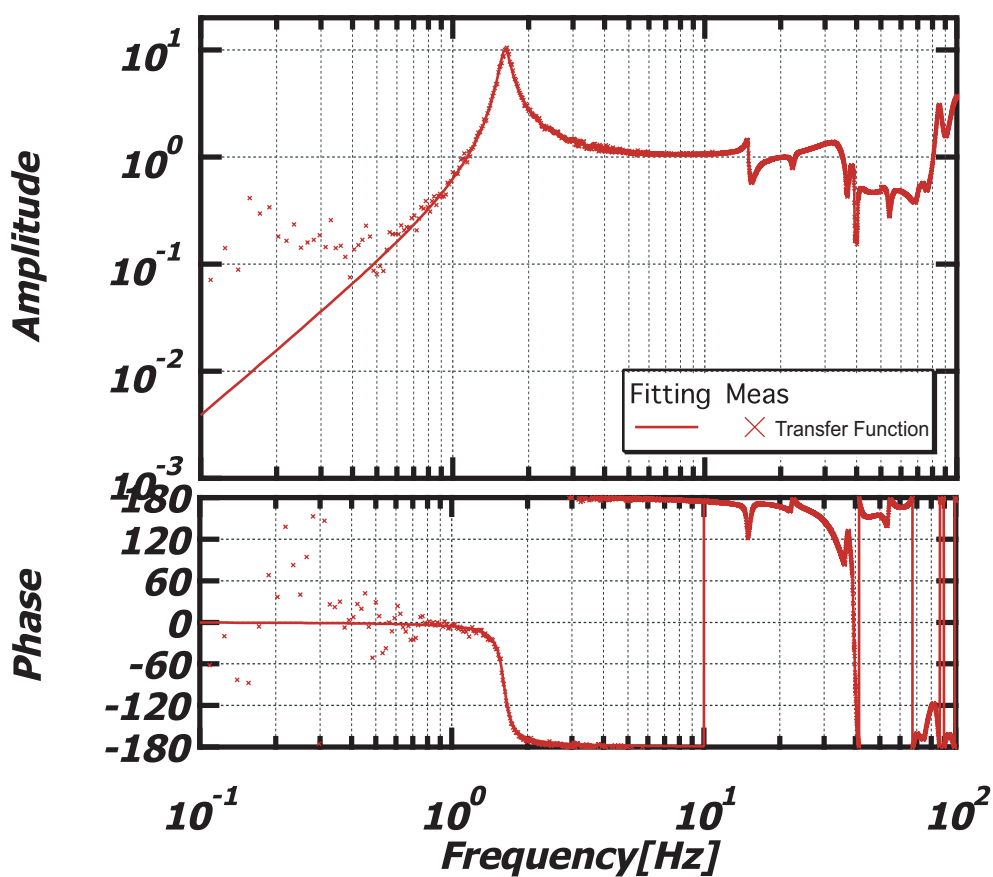


図 A.4 加振機の伝達関数

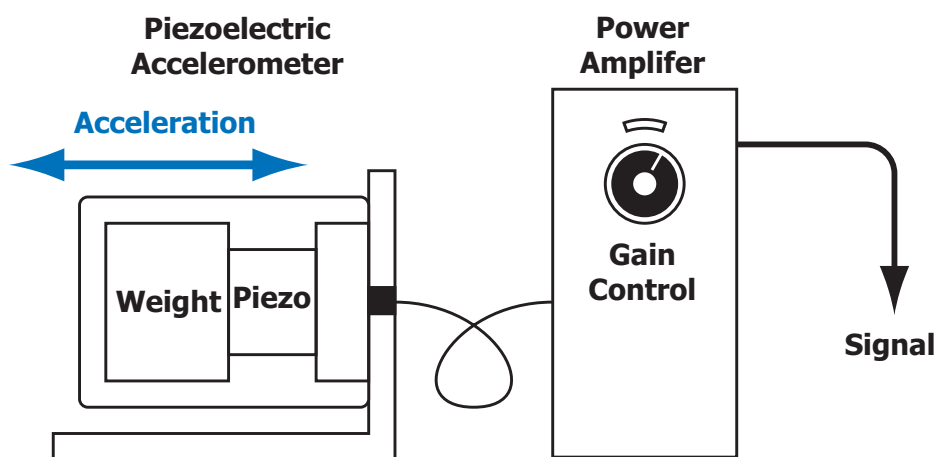


図 A.5 圧電型加速度計の構造

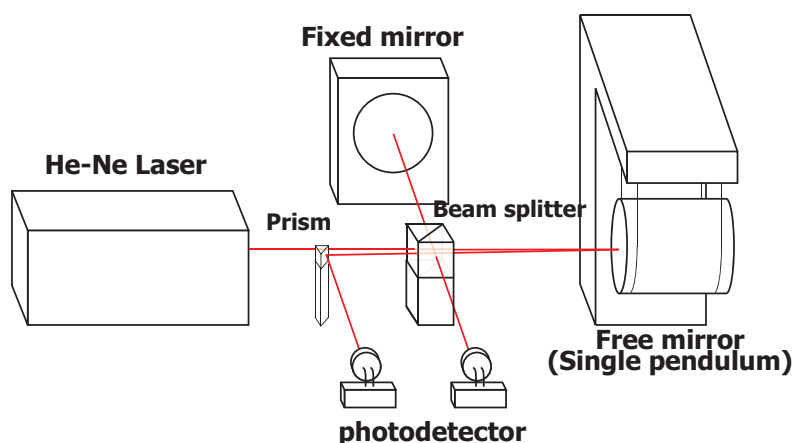


図 A.6 単振り子加速度計の構造

速度)を測定することができる。

今回は TEAC 社の 710 型電圧出力タイプの加速度計を TEAC 社 SA16U DC アンプユニットで増幅して測定に使用した。このセンサーは  $\phi 50 \times 60$  と小型であり、一次元方向の振動に対して感度を持つが、台に固定するなどにより容易に水平、垂直のどちらの方向の揺れも測定が可能である。周波数応答では 20 mHz から 200 Hz までがその感度帯域とされているが、その感度限界に関しては本文中の実験の中で確かめた。

## A.4 単振り子加速度計

今回の実験で使用した単振り子加速度計は直径 0.1 mm、長さ 3 cm のタングステン 4 本により吊られた 3 cm 立法の銅製ブロックの単振り子を利用したサーボ型加速度計である [34]。この銅ブロックには鏡が貼付けられており、この鏡を自由鏡として、基線長 5 cm の Michelson 干渉計が組み立てられている。干渉計信号は専用のコントローラー内部のフィードバックフィルターを通り、自由鏡に取り付けられたコイルマグネットアクチュエーターに返される。このフィードバックループのオープンループゲインは DC で 10000、UGF2.8 Hz と十分高く、注目する低周波帯域での補正因子  $\frac{1+G}{G}$  は 0.01% の精度で 1 に等しい。このため、フィードバック信号はその帯域で加速度に比例しているとみなすことができる。

実際の実験において、干渉計の光源としては折り畳み振り子を用いた加速度計とひとつの同じレーザーの光を BS で分け、使用した。

### A.4.1 単振り子加速度計の較正

除振台に折り畳み振り子を用いた加速度計と単振り子加速度計とを設置した状態で加振機を使い台を正弦波加振し、そのときの 2 つの加速度計の出力を測定した。測定にはスペクトルアナライザを用いた。ピーク周波数でのそれぞれの値が他の周波数帯域からの寄与の影響を小さくするために窓関数としてフラットトップウィンドウを採用した。また、注入信号の周波数は除振台の並進方向の共振周波数 1.66 Hz とし、オシロスコープで、十分に加振されていることを確認しながら実験を行った。

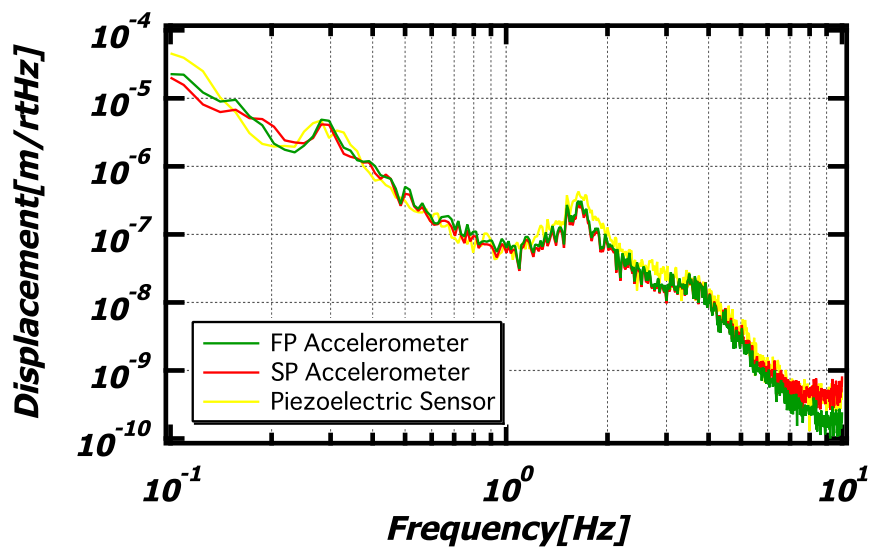


図 A.7 非制御時における除振台の振動スペクトル：緑が試作機の加速度計による測定、赤が単振り子加速度計による測定、黄色が圧電型加速度計による測定。

その結果、単振り子加速度計の較正值は  $32.5[\text{V}/\text{ms}^{-2}]$  と見積もられた。

これら 2 つの加速度計と今回製作した折り畳み振り子を利用した加速度計とで同時に台の上の振動を測定した (図 A.7)。その結果、3 つの加速度計の出力は 0.3 Hz から 5 Hz の周波数帯域でよく一致し、それぞれの測定が正しく行われていることが確かめられた。

## 付録 B

# 制御の安定性

### B.1 一般の系の安定性

一般に系が安定であるとは、その出力信号  $y(t)$  が  $t \rightarrow \infty$  の時に  $y(t) \rightarrow 0$  となることを指す。系の伝達関数はラプラス変換を行うことにより一般に次の式で表すことができ、

$$G(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_m}{s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_n} \quad (\text{B.1.1})$$

この分母多項式から得られる方程式

$$s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_n = 0 \quad (\text{B.1.2})$$

をこの伝達関数の特性方程式と呼び、この根を極 (pole) と呼ぶ。全ての極  $p_i$  が異なっているとき、伝達関数は

$$G(s) = \frac{b_0 (s - z_1)(s - z_2) \cdots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \cdots (s - p_n)} \quad (\text{B.1.3})$$

と分母・分子の多項式に因数分解できる。このとき出力  $y(t)$  は

$$y(t) = \sum_{i=1}^n c_i e^{p_i t} \quad (\text{B.1.4})$$

と書ける。ここで  $c_i$  は初期値によって決まる定数である。この  $y(t)$  が  $t \rightarrow \infty$  のときに 0 に収束するためには全ての極  $p_i$  の実部が負であればよい。つまり、

$$\text{Re}(p_i) < 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{B.1.5})$$

であれば、任意の初期値に対して  $t \rightarrow \infty$  のとき

$$e^{p_i t} \rightarrow 0 \quad (\text{B.1.6})$$

となり、 $y(t) \rightarrow 0$  に収束する。重複した極を持つ場合も同様の性質が成り立つ。もし、 $p_i$  のうちどれかひとつが正の実部をもつとき式 (B.1.4) は発散し、系は不安定となる。このような極を不安定な極と呼ぶ。

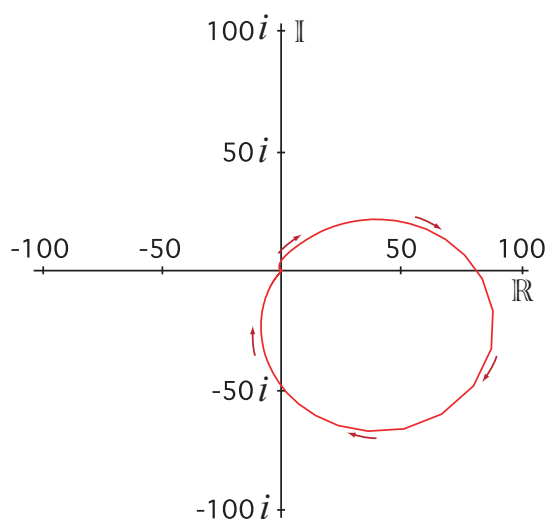


図 B.1 オープンループ伝達関数のナイキスト軌跡

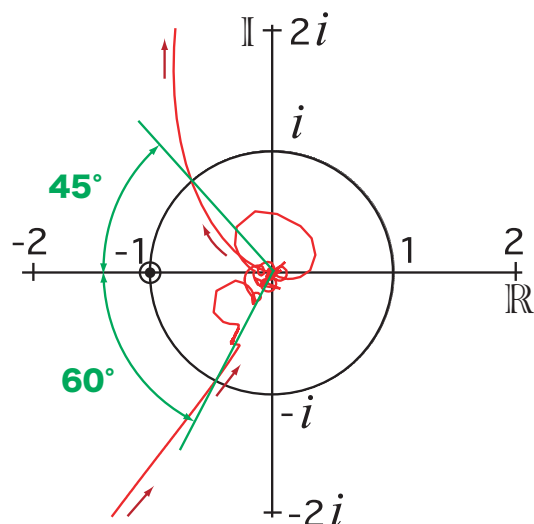


図 B.2 単位円周辺でのオープンループ伝達関数のナイキスト軌跡の振る舞い

## B.2 制御系の安定性

フィードバック制御を行う系を考える場合、制御のクローズドループ伝達関数

$$T(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)} \quad (\text{B.2.1})$$

にこの不安定な極が存在するかどうかで安定性が決定されるが、ナイキストの安定判別法を用いることで、オープンループ伝達関数に注目してその制御が安定に動作するかを議論することができる。その一般的な方法については [35] などが詳しいが、オープンループ伝達関数が不安定な極を持たない場合は  $s$  を  $i\omega$  とおいて、 $\omega$  を 0 から  $\infty$  に動かした時の複素平面上におけるオープンループ伝達関数  $G(i\omega)$  の軌跡 (この軌跡を  $G(i\omega)$  のナイキスト軌跡と呼ぶ) が点  $(-1+0i)$  を周回するかどうかで判別できる。反時計回りに点  $(-1+0i)$  を周回した場合、系は不安定となる。

この判別法に基づき、計算されたオープンループ伝達関数について、そのナイキスト軌跡を描いたものを図 B.1、図 B.2 に示した。

この図を  $\omega$  の増加について追ってみていくと、まず原点からその軌跡は始まり、第二象限にその軌跡を伸ばす。このとき、点  $(-1+0i)$  付近を通過することになるが、単位円上を通過するときの位相余有として 45 度程度あると見積もられた。その後、軌跡は大きく時計回りにまわり、第三象限から原点に戻って来る。このときの単位円上を通過する際の位相余有は 60 度程である。一度単位円の中に収まった後、寄生共振の影響により、何度か大きく膨らんでいるが点  $(-1+0i)$  を周回することはない。結果、 $G(i\omega)$  のナイキスト軌跡は一度も点  $(-1+0i)$  を周回していないことから、この系は安定であることが示唆された。

## 付録 C

# 振動と減衰

構造物の振動は一般に減衰 (damping) と呼ばれるエネルギーの散逸現象を伴う [36]。

### C.1 減衰のモデル

減衰はその減衰力の源によって分類することができる。減衰力の形によって分類された減衰のモデルには以下の様なものがある。

(1) 粘性減衰 (viscous damping)

振動解析上、最も基本的な減衰である。減衰系で発生する減衰力は相対速度に比例する。

(2) ヒステリシス減衰 (hysteretic damping)

金属材料等においては、振動中に発生する応力と歪みの間に位相差があり、図 C.1 のようなヒステリシス曲線を描く。この曲線で囲まれた面積は、振動の 1 周期で消費される単位体積あたりのエネルギーを表しているが、ヒステリシス減衰モデルでは入力に対する位相差をもつ複素剛性を導入し、ヒステリシス曲線を楕円近似する。減衰の大きさは歪みには比例するが、速度には依存しない。

(3) クーロン摩擦減衰 (Coulomb friction damping)

摩擦の大きさを表す摩擦係数は、比較的低速度状態での振動では相対速度  $v$  によらず一定となり、クーロンの法則が成立するとして扱うことができる。その時、摩擦力による減衰力は接触面との垂直力に比例する。

(4) 速度二乗型減衰

物体が高速度で運動する場合のモデルで、減衰力は相対速度の二乗に比例する。

### C.2 減衰の指標

振動系モデルには減衰の大きさを表現する指標には以下の様なものがある。

(i) 減衰比  $\zeta$  (damping ratio)

粘性減衰振動系における減衰係数  $\Gamma$  (速度に比例する減衰力の係数) の臨海減衰係数  $\Gamma_c$  に対

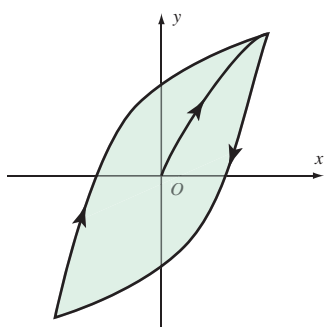


図 C.1 Hysteresis 曲線

表 C.1 減衰を荒らす諸量の同値関係

減衰比	損失係数	対数減衰率	Q 係数	比減衰容量
$\zeta$	$\frac{\eta}{2}$	$\frac{\Delta}{2\pi}$	$\frac{1}{2Q}$	$\frac{\phi}{4\pi}$

する比。一次元調和振動子の運動方程式は粘性減衰振動系モデルでは

$$m\ddot{x} + \Gamma\dot{x} + kx = 0 \quad (\text{C.2.1})$$

と書いて、このとき減衰比  $\zeta$  は

$$\zeta \equiv \frac{\Gamma}{\Gamma_c} = \frac{\Gamma}{2\sqrt{mk}} \quad (\text{C.2.2})$$

(ii) 損失係数  $\eta$  (loss factor)

ヒステリシス減衰系における励振から応答までの入出力の位相差  $\delta$  に依存し、

$$\eta \equiv \tan \delta \quad (\text{C.2.3})$$

(iii) 対数減衰率  $\Delta$  (logarithmic decrement)

単一振動数の振動が減衰振動するとき、相隣り合う同符号のピークの比の自然対数。

$$\Delta \equiv \ln \frac{x_n}{x_{n+2}} = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (\text{C.2.4})$$

(iv) Q 値  $Q$  (quality factor)

1 自由度の振動系の共振点における周波数応答曲線の尖鋭度を示す指標。共振のピークの高さの  $1/\sqrt{2}$  の値における周波数応答曲線の幅を  $\Delta f$  とすると

$$Q \equiv \frac{f_0}{\Delta f} \quad (f_0; \text{共振周波数}) \quad (\text{C.2.5})$$

(v) 比減衰容量  $\phi$  (specific damping capacity)

振動の全エネルギー ( $T + U$ ;  $T$ : 運動エネルギー、 $U$ : ポテンシャルエネルギー) に対する、1 サイクルあたりに消費されるエネルギー  $W$  の比。

$$\phi \equiv \frac{W}{T + U} = \frac{W}{U_{\max}} \quad (\text{C.2.6})$$

ここで  $W$  は減衰容量とも呼ばれ、振動 1 サイクル中に消費されるエネルギーとして、

$$W = \oint F_D dx = \int_0^{2\pi/\omega} F_D \frac{dx}{dt} dt \quad (x; \text{変位}, F_D; \text{減衰力}, t; \text{時間}, \frac{2\pi}{\omega}; 1 \text{ 周期}) \quad (\text{C.2.7})$$

で表される。

おのおのは粘性減衰振動に近似することで等価粘性減衰係数として関連づけることができる (表 C.1)。

## C.3 減衰の測定

実際の振動子を扱う場合、その減衰の様子を知る事は大変重要である。前述の減衰の指標を実験によって測定することになるが、その実験的方法の例について挙げる。

### (I) 自由振動応答から推定する

対象とする試験片や構造物をハンマでたたいたり、ワイヤで引っ張りそれをカットするなど、デルタ関数的な外力を与える事で自由振動を発生させる。粘性減衰系において自由振幅振動の相隣り合うピーク値の比は

$$\frac{x_n}{x_{n+1}} = \frac{x_{n+1}}{x_{n+2}} = \dots = \exp(\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}) \quad (\text{C.3.1})$$

となる。 $(x_2, x_1), \dots, (x_n, x_{n-1}), (x_{n+1}, x_n)$  のデータの組を横軸に  $x_{m+1}$ 、縦軸に  $x_m$  としてプロットする。直線でフィッティングすることにより、その傾きから  $\zeta$  を求めることができる。

### (II) 定常調和振動応答から推定する（半値幅法）

強制振動波形を計測し、周波数応答曲線の共振ピークの尖鋭度を表す Q 値を調べることにより減衰の様子を知る。この方法は広く用いられており、周波数応答曲線に対数表示する場合にはピーク値の  $1/\sqrt{2}$  の値を求めるのに、ピーク値より 3dB 下がったところの点の幅  $\Delta f$  を求める

### (III) 損失係数から推定する

1 自由度ヒステリシス減衰振動系の強制振動応答において、振動子に働く力は、減衰力  $F_D$  とバネによる復元力  $F_s$  の和として

$$F(t) = F_D(t) + F_s(t) = \frac{k\eta}{\omega} \dot{x}(t) + kx(t) \quad (\text{C.3.2})$$

と表される。加振実験から荷重-変位線図を書く事により図 C.2 のようなヒステリシス曲線を得る。変位が最大値を示すとき速度は 0 となるから、このとき復元力は最大値  $F_{s\max}$  となり、変位が 0 となるときは減衰力が最大値  $F_{D\max}$  となる。それぞれの値を求め、それらの比をとると、

$$\frac{F_{D\max}}{F_{s\max}} = \frac{\frac{k\eta}{\omega} \dot{x}_{\max}}{kx_{\max}} = \frac{k\eta x_{\max}}{kx_{\max}} = \eta \quad (\text{C.3.3})$$

となり損失係数が得られる。

この他に、振動子の周波数応答を複素 Fourier 平面における極と零点の配置することで決定し、その根の配置から減衰を表す Q 値を推定する方法などがある。

今回、別途作成した折り畳み振り子をコイルアクチュエーターにより 0.1 Hz 正弦波加振し、そのときの試験質量の変位をフォトセンサーで測定する事により、その Hysteresis 曲線を求めた。その結果、式 (C.3.3) より損失係数として 2.1 を得、それを表 C.1 の変換に従うと、Q 値として 0.47 となる。また加振実験による伝達関数測定を行い、そのピークの尖鋭度から求めた Q 値  $Q = 0.46$  とよく一致した結果であると言える。

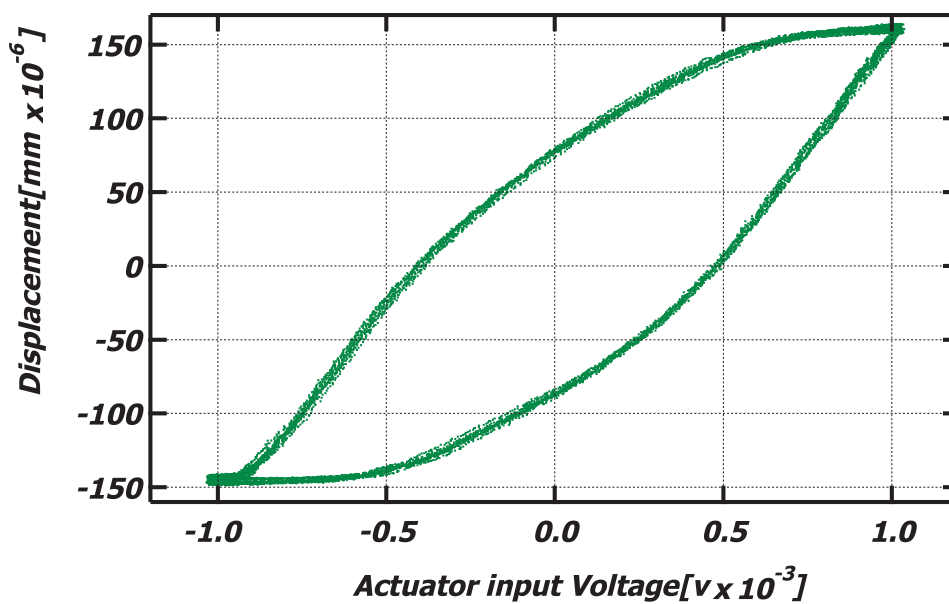


図 C.2 実験から得られた折り畳み振り子の Hysteresis 曲線

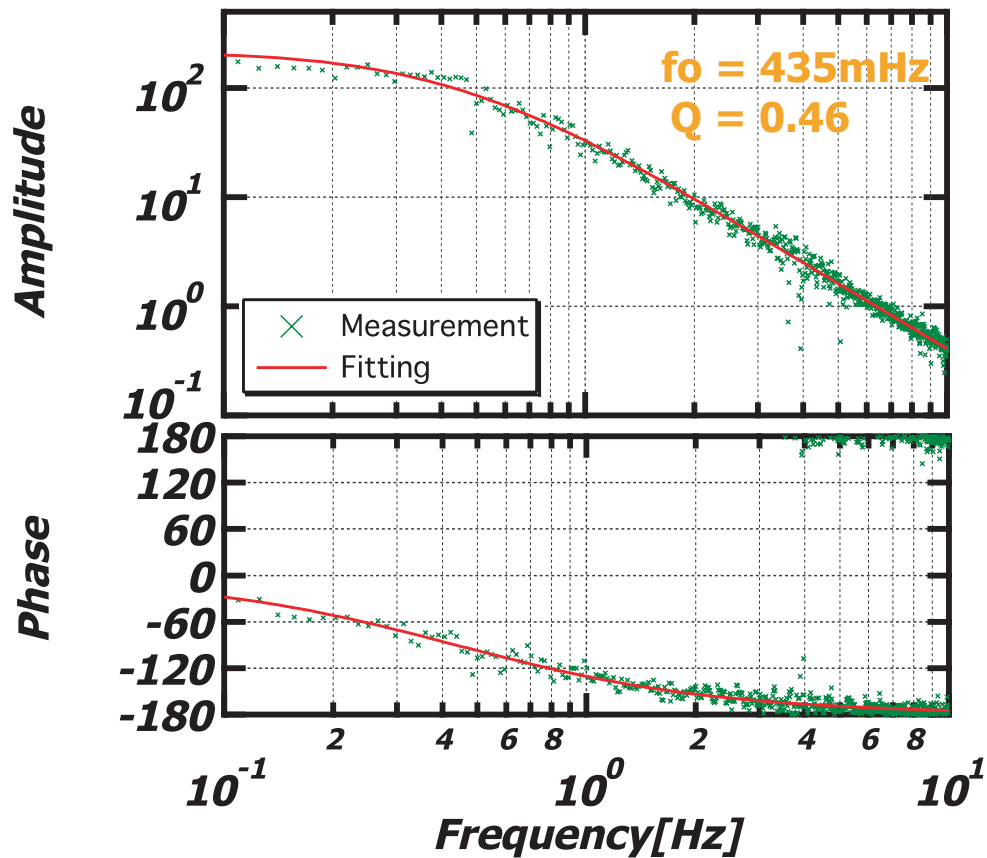


図 C.3 折り畳み振り子の伝達関数：コイルアクチュエーターを使い正弦波加振を行い、そのときの変位をフォトセンサーで測定した。入力信号からフォトセンサーの出力までの伝達関数

## 付録 D

### 回路図

Michelson 干渉計の制御、及び、除振台の制御に用いた回路についてその回路図を示す。コイルドライバ、フォトディテクターを除く全ての回路は、NIM 規格の箱に納められており、NIM からその電源を供給されている。コイルドライバ、フォトディテクターは  $\pm 5V$  の直流電源からその電源を供給されている。

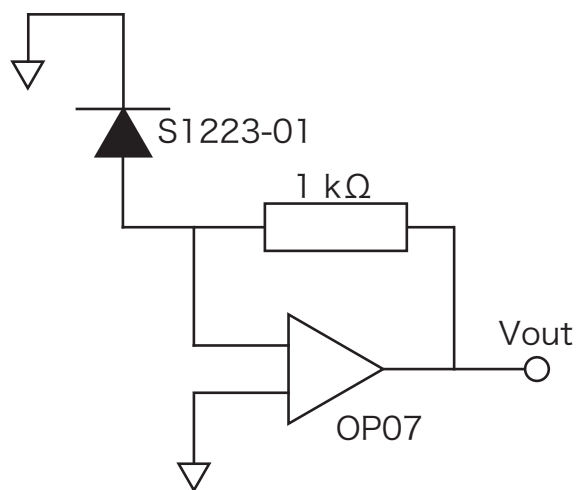


図 D.1 フォトディテクター

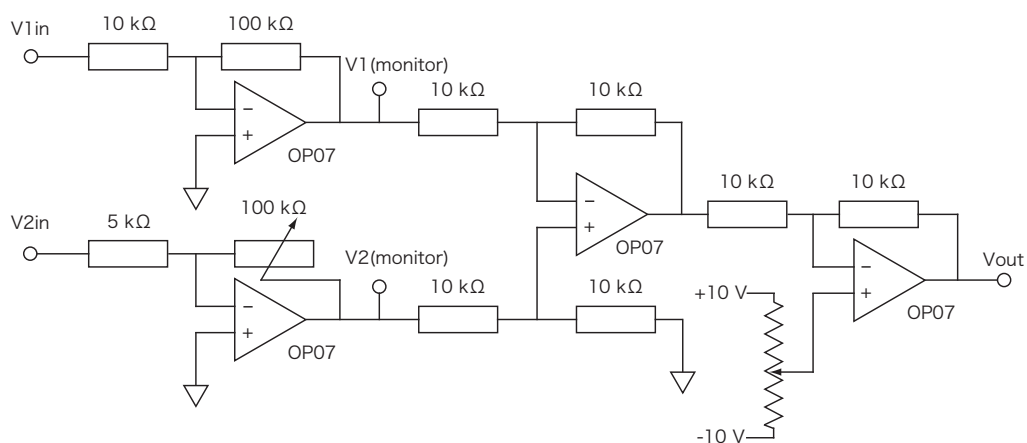


図 D.2 PD のゲイン調整差動出力回路

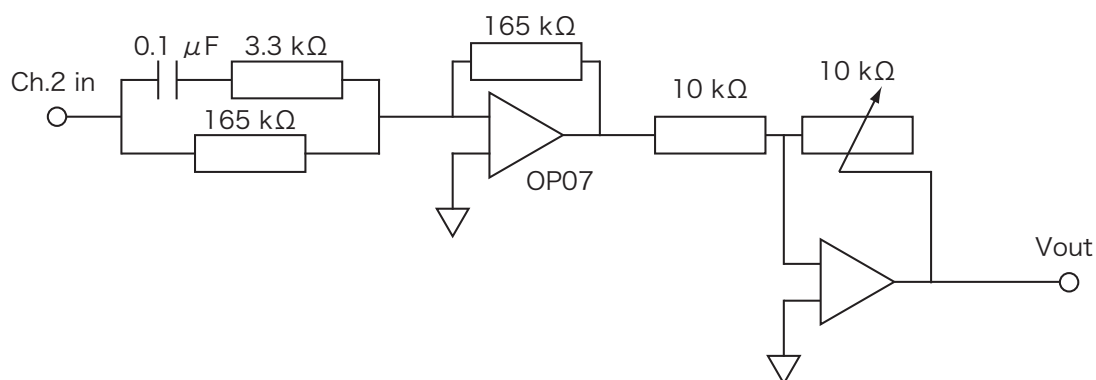


図 D.3 Michelson 干渉計のサーボフィルタ回路

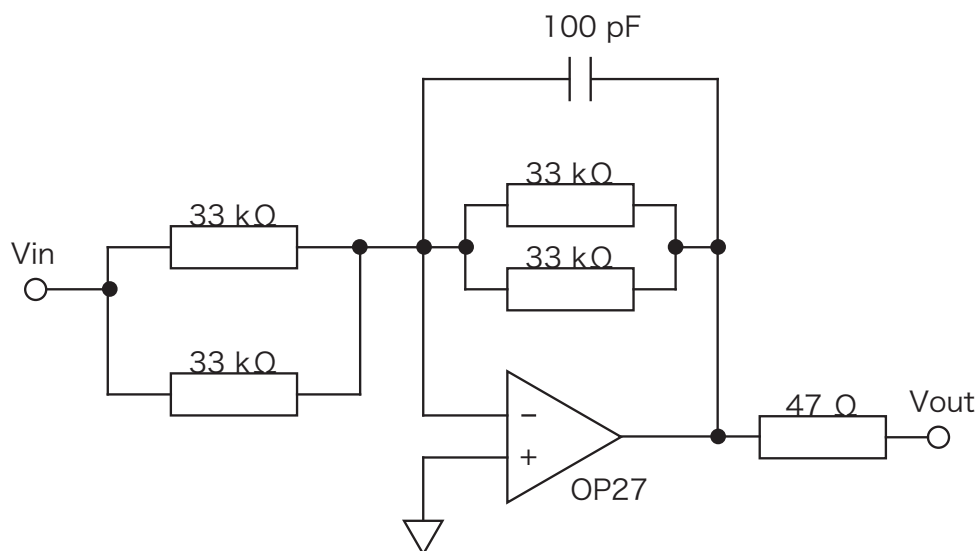


図 D.4 コイルドライバー

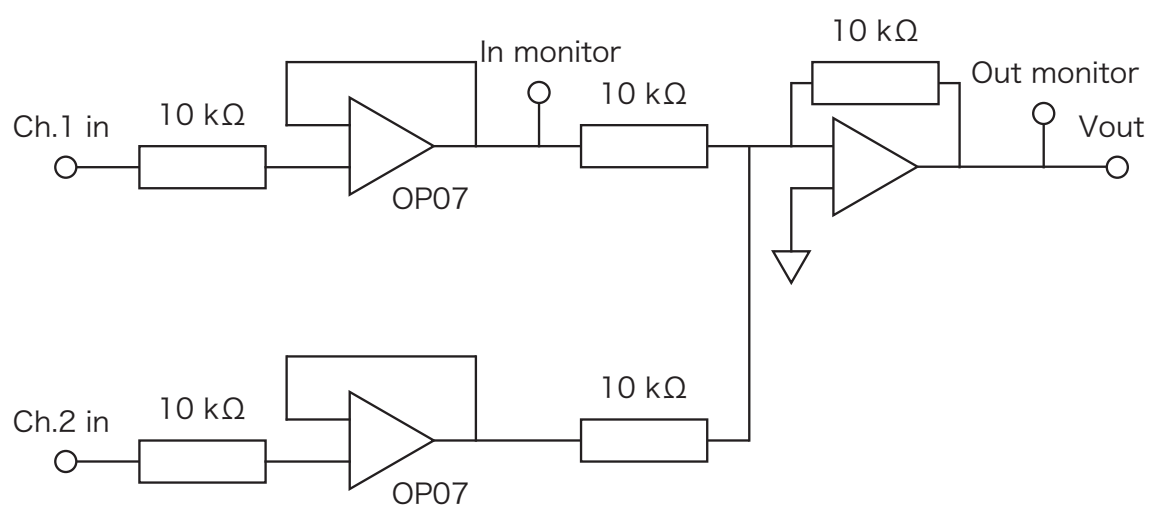


図 D.5 サマアンプ

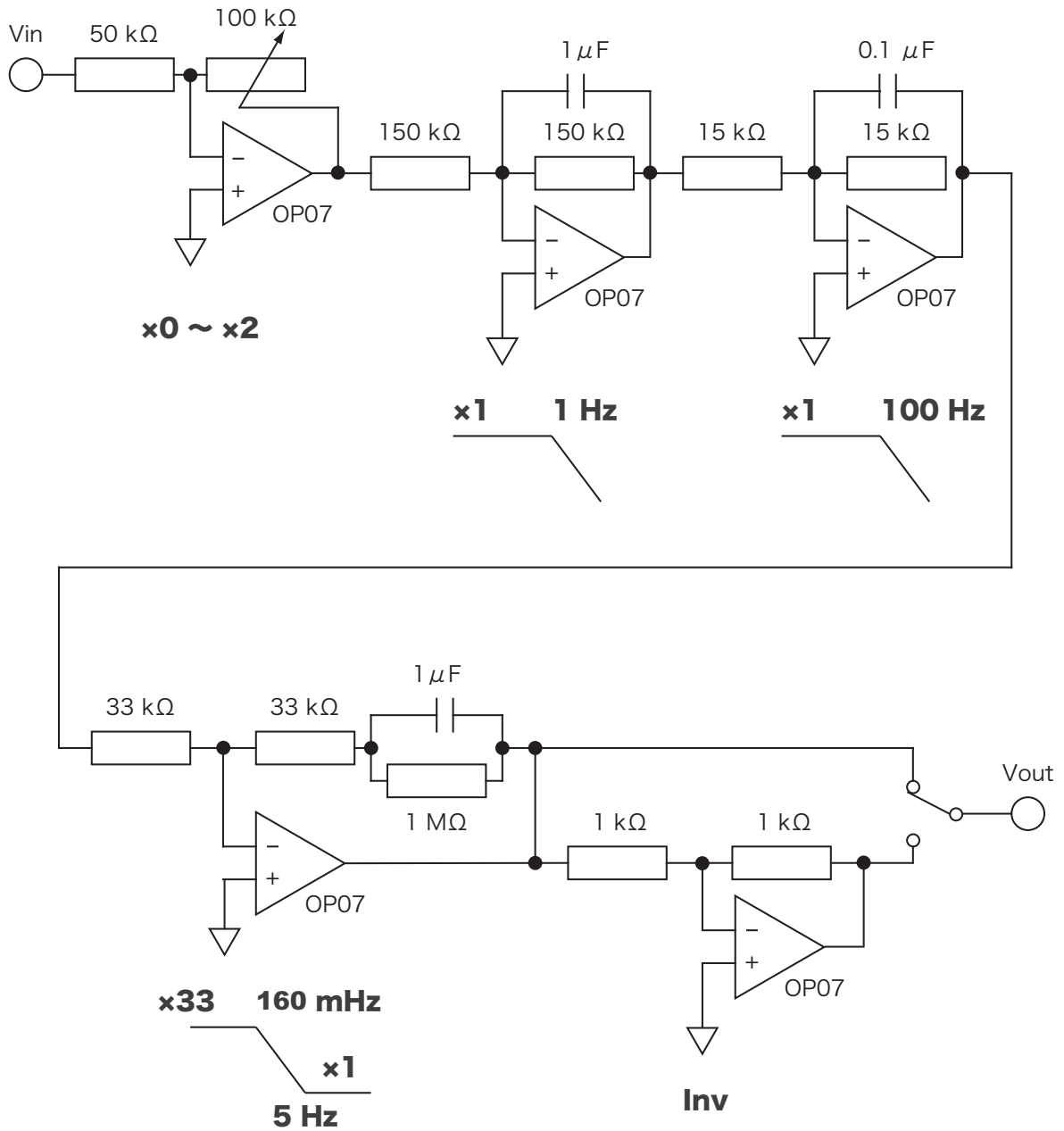


図 D.6 除振台制御のサーボフィルター回路

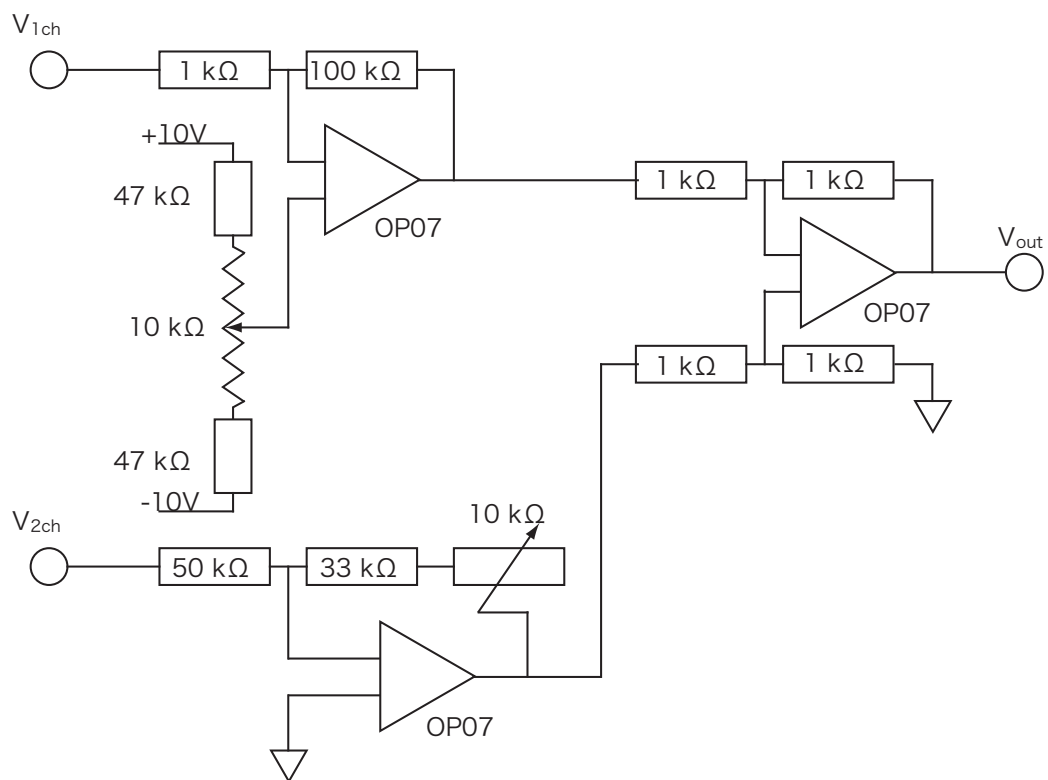


図 D.7 同相除去回路



## 参考文献

- [1] J. H. Taylor, J. M. Weisberg, *Ap. J.* **345** 434–450 (1989)
- [2] J. H. Taylor, *Rev. Mod. Phys.* **66** 711–719 (1994)
- [3] J Weber, *Phys. Rev Lett.* **22** 1320–1324 (1969)
- [4] D Sigg, *Class. Quantum Grav.* **23** S51–S56 (2006)
- [5] F Acernese, *et al Class. Quantum Grav.* **24** S381–S388 (2007)
- [6] B Willke, *et al Class. Quantum Grav.* **24** S389–S397 (2007)
- [7] D Tatsumi, *et al Class. Quantum Grav.* **24** S399–S403 (2007)
- [8] 坪野 公夫 編, 「TAMA プロジェクト 現状報告書」 (1999)
- [9] K Kuroda and the LCGT Collaboration, *Class. Quantum Grav.* **23** S215–S221 (2006)
- [10] Márka S *et al Class. Quantum Grav.* **19** 1605–1614 (2002)
- [11] Takamori A *et al Class. Quantum Grav.* **19** 1615–1621 (2002)
- [12] 三尾 典克, 「臨時別冊・数理科学 SGC ライブラリ 56 相対性理論 基礎から実験的検証まで」 (2007)
- [13] 中村卓史, 三尾典克, 大橋正健, 「重力波を捕らえる」, 京都大学学術出版会 (1998)
- [14] 西澤 篤志, 京都大学 修士論文 (2006)
- [15] G Heinzl, *et al Class. Quantum Grav.* **19** 1547–1553 (2002)
- [16] D E McClelland, *et al Class. Quantum Grav.* **23** S41–S49 (2006)
- [17] S Miyoki, *et al Class. Quantum Grav.* **23** S231–S237 (2006)
- [18] G Heinzl, *et al Class. Quantum Grav.* **23** S119–S124 (2006)
- [19] S Kawamura, *et al Class. Quantum Grav.* **23** S125–S131 (2006)
- [20] 三尾 典克, 大橋 正健, 「重力波アンテナ技術検討書 干渉計ハンドブック」 (1992)
- [21] A Araya, *et al Rev. Sci. Instrum.* **64** (5) 1337–1341 (1993)
- [22] 新井 宏二, 東京大学 修士論文 (1997)
- [23] 高森 昭光, 東京大学 博士論文 (2002)
- [24] B Alessandro. R DeSalvo, *et al Nucl. Instr. and Meth. A* **556** 616–623 (2006)
- [25] H Tariq, *et al Nucl. Instr. and Meth. A* **489** 570–576 (2002)
- [26] Wang C, Tariq H, DeSalvo R, Y Iida, Márka S, Y Nishi, Sanibale V and A Takamori *Nucl. Instr. and Meth. A* **489** 563–569 (2002)
- [27] Cella G, Sannibale V, DeSalvo R, Márka S and A Takamori *Nucl. Instr. and Meth. A* **540** 502–519 (2005)
- [28] 「LCGT design document (Version 1.0)」 <http://www.icrr.u-tokyo.ac.jp/gr/LCGTdoc.pdf> (2004)

- 
- [29] D G Blair, J Liu, E F Moghaddam and L Ju, *Phys. Lett. A* **193** 223–256 (1994)
- [30] J Liu, J Winterflood and D G Blair, *Rev. Sci. Instrum.* **65** (5) 3216–3218 (1995)
- [31] J Liu, L Ju and D G Blair, *Phys. Lett. A* **228** 243–249 (1997)
- [32] 「小形動電式振動試験機 MES151 仕様書」, 株式会社ミットヨ
- [33] 稲荷 隆彦, 「基礎センサ工学」 (2001)
- [34] 新谷 昌人, 東京大学 修士論文 (1992)
- [35] 木田 隆, 「フィードバック制御の基礎」, 培風館 (2003)
- [36] 日本機械学会編, 「新技術融合シリーズ 第4巻 振動のダンピング技術」, 養賢堂発行 (1998)

## 謝辞

非常に多くの方々に支えられ、この論文をまとめることができました。

指導教官である藤本眞克教授は常に私の背中を押して下さいました。実験や国際学会での発表など、何不自由無く行うことができましたのも先生の暖かい支援のおかげです。なにより、私を重力波検出という大変興味深い研究分野に導いて下さったことに関しましてはこれ以上の感謝はありません。

国立天文台准教授である川村静児氏は、大学院に入り重力波の研究を始めたばかりの私に、その初歩から実際的な問題まで幅広く丁寧に指導して下さいました。それらの知識がその後の研究生活で有意義なものとなったことは言うまでもありません。また、私が研究で壁にぶつかったときには研究室の戸を叩けばいつも快く相談に乗って下さいました。

同助教である高橋竜太郎氏には本実験という研究テーマを与えて頂き、研究の最初から最後までお世話になりました。また、2年間を通し私の実験を支えて下さり、研究の右も左も分からない私を丁寧に指導して下さいました。こうして実験の結果を残す事ができたことも、偏に氏の教示のおかげです。

同助教である新井宏二氏は私が研究で行き詰まるたびに優しく手を差し伸べて下さいました。無知な私にさまざまな知識や考え方を教示して下さい、私の研究に対する姿勢の全ては氏からの賜物であると言っても過言ではありません。

同助教である辰巳大輔氏は厳しくも暖かく誠実な言葉で私の研究の進むべき方向を照らして下さいました。実験をまとめた文書を書いたときには必ず査読をして下さり、また学会や会議などがあれば発表の練習に立ちあって下さいました。

東京大学大学院理学系研究科博士課程の阿久津智忠氏には折りにふれ質問を聞いていただき、その都度自分の時間を割いてでも親身になって一緒に考えて下さいました。氏の考え方や研究との向き合い方は私にとって目指すべき手本となりました。

博士課程の我妻一博氏とは2年間を通し懸架装置の実験を共に行って頂き、その中で多くの御助力を頂きました。また、深夜にまで及ぶ実験にも粘り強くひたむきに行う姿勢に励まされ、私も研究に努めることができました。

修士課程の和泉究氏とは雑音の解析や装置の開発、干渉計の原理などについて深く意見を交わしました。研究に対して大変意欲的な氏との議論の中では気が付かされる点も多く、非常に有益な議論を重ねることができました。

重力波プロジェクト室の皆様には日頃の研究を通し、大変お世話になりました。客員研究員の宮川治氏には optical spring と呼ばれる世界最先端の技術について丁寧に解説して頂くなど、いつも実に分かりやすい説明で有益な知識を与えて頂きました。研究員の佐藤修一氏は隣の机に座っている私が

らの愚直な質問にもいつも親身になって答えて下さいました。博士課程の西澤篤志氏にはセミナーでの発表の際に貴重な意見を頂き、氏の幅広い視野に幾度となく救われました。博士課程の阪田紫帆里氏、苔山圭以子氏は研究分野だけではなく、積極的に研究室を盛り上げて下さいました。活気ある雰囲気の中でいきいきと研究生活を送れましたのは両氏のおかげです。また、海外経験の豊富な両氏には国際学会の場でも大変お世話になりました。

東京大学理学部坪野研究室の皆様には訪問した折には快く実験の様子を見学させていただきました。同じ分野を精力的に研究している方々との多岐にわたる議論の中で、多くの事を学ぶことができました。交流会などの通信会議を大きなトラブルなく実施することができたのも、研究室メンバーの陰ながらの努力のおかげです。特に同期の高橋走氏には顔を合わせる度に相談に乗って頂き、厚く助けられました。また、修士課程の穀山渉氏との学会や電子メールでのやり取り等を通してその素晴らしい仕事ぶりに感銘し、研究に対する並々ならぬ刺激を受けたことをここに書き加えます。

東京大学工学部の三尾典克准教授には研究会や会議でお会いした折りに厚い激励の言葉を掛けて頂きました。その発表や文書から先生の重力波の直接検出への熱意が伝わり、研究への意欲をさらに高めることができました。また、同研究室の同期である大前宣昭氏は私の研究に対しても真摯に向き合って下さり、一緒に考え、大変有意義な議論を交わすことができました。初めての国際学会で不安だった私を勇気づけてくれたのは渡航先での氏との出会いに他なりません。

東京大学大学院理学系研究科天文学専攻の同期の皆様には研究だけではなく、多くの面で支えられました。研究分野が違う仲間たちとの議論は大変興味深く、切磋琢磨しながら共に励まし合える仲間と出会えたことは何より幸運なことでした。また、岡村研究室の方々をはじめ、観測的宇宙論ゼミの皆様にも大変お世話になりました。ゼミの中での議論は自分の研究を顧みる最良のきっかけとなり、そして自分の分野に固執するだけではない広い視野を持って研究に臨むことができました。

この他にもこの2年間に多くの方々と出会い、その人たちに憧れ、そしてその人たちに支えられて研究を進めることができました。深く感謝致します。

最後まで、ここまで私を支えて下さった両親に深く感謝の意を表したいと思います。